UDK 31 ISSN 0039-05-34

STATISTIČKA REVIJA

GODINA LVI Broj 3-4 ZA 2007. GOD.

SADRŽAJ

STRUČNI ČLANCI

OSVRT

IZDAJE: STATISTIČKO DRUŠTVO SRBIJE — BEOGRAD

S T A T I S T I Č K A   R E V I J A

IZLAZI TROMESEČNO - PUBLICATION TRIMESTRIELLE - QUARTERLY

Adresa redakcije:
Statističko društvo Srbije, 11000 Beograd, Milana Rakića 5
Žiro-račun br. 205-99554-89 kod Komercijalne banke
Tiraž: 200

SARADNICI U OVOM BROJU:

Biljana Č. Popović, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Nišu
Predrag M. Popović, Ekonomski fakultet, Univerzitet u Beogradu
Dr Aleksandra Zečević, Ekonomski fakultet, Beograd
Rajko Bukvić, Megatrend univerzitet primenjenih nauka, Beograd
Božidar Popović, Republički zavod za statistiku, Beograd
Marija Panović, Republički zavod za statistiku, Beograd
Dragana Paunović, Republički zavod za statistiku, Beograd
Dr Zdravko Šolak
Mr Ivana Ilić, Medicinski fakultet, Niš

Predato u štampu: mart 2008. godine
Izašlo iz štampe: mart 2008. godine

Štampa: Republički zavod za statistiku Srbije, Beograd, Milana Rakića 5

STRUČNI ČLANCI

Biljana Č. Popović, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Nišu
Predrag M. Popović, Ekonomski fakultet, Univerzitet u Beogradu

PROCENA VOLATILNOSTI I KORELACIJA U ODREĐIVANJU CENE IZVEDENIH HARTIJA OD VREDNOSTI

REZIME

Da bi se odredila cena u budućnosti mora da se pođe od svih dostupnih informacija u vezi sa kretanjima na tržištu. Jedan od parametara koji se u tom smislu proučava je volatilnost. Volatilnost je osnov za određivanje rizika. Otuda je volatilnost predmet interesovanja investitora. U radu se izlažu različiti načini za procenu volatilnosti. Takođe se opisuju bezuslovne korelacije cena aseta ili prihoda od aseta. U radu se govori i o opštem eksplicitnom modelu po kome se može ocenjivati i prognozirati uslovna autokorelacija prihoda od aseta.

Ključne reči: *Cena, prihod, volatilnost, korelacija, autokorelacija*

1. UVOD

Osnovna kategorija ekonomskog poslovanja jeste cena. Uspešnost poslovanja direktno zavisi od mogućnosti da se na osnovu evolucije cene jedne određene ekonomske kategorije – aseta (hartije od vrednosti, plemeniti metali, pšenica i dr.) predvidi u budućnosti kretanje te cene. No, da bi se odredila cena u budućnosti mora da se pođe od svih dostupnih informacija u vezi s kretanjima na tržištu. U ovom smislu se može govoriti o apsolutnom i relativnom određivanju cene.

Apsolutno određivanje cene odnosilo bi se na postupak određivanja cene nekog aseta na osnovu njegove izloženosti izvorima makroekonomskog rizika. CAPM je jedan model za apsolutno određivanje cene aseta.

Relativno određivanje cene je manje ambiciozan zadatak u odnosu na prethodni. Ono se sastoji u tome da se odredi cena posmatranog aseta u odnosu na date vrednosti cena nekih drugih aseta. Tipičan primer je određivanje cene opcije na osnovu cene akcije na koju je opcija pisana. Blek-Solcova formula je jedan model za relativno određivanje cene.

2. MATEMATIČKI MODEL CENE

S matematičke tačke gledišta, neodređenost koja se "javlja" na tržištu može da se opiše kao slučajnost u okviru nekog prostora verovatnoća *(Ω, F, P),* pri čemu se σ-algebra F dopunjuje neopadajućim potokom (filtrom) σ-podalgebri **F** = $(\mathcal{F}n)n\geq 0$ $(\mathcal{F}m \subseteq \mathcal{F}n \subseteq \mathcal{F}, m \leq n)$. Događaji iz $\mathcal{F}n$ se tretiraju kao informacije dostupne posmatraču (analitičaru) do momenta vremena n, zaključno sa trenutkom *n*.

Ako se sa Sn označi cena (jedne ekonomske kategorije, tržišnog predmeta koji se posmatra na tržištu) *n*-tog dana (od formiranja tržišnog predmeta ili nekog nultog momenta vremena), onda se "istorija" te cene prikazuje kao niz $S = (Sn)n \geq 0$ (što se koristi i kao standardna oznaka za bilo koji vremenski finansijski niz). Pri tome se pretpostavlja da je sn > 0 za svaki n ≥ 0, tj. da predmet nikada u svojoj istoriji nema cenu 0.

Koncept cene odgovara statističkom eksperimentu $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_n)_{n\geq 0}, \mathcal{P})$ – filtrirani stohastički (statistički) eksperiment, gde je $\mathcal{P} = \{\mathcal{P}\}$ familija dopustivih raspodela slučajnih promenljivih s_n. Slučajna promenljiva S_n je F_n merljiva, što znači da je cena na tržištu u skladu sa događajima (okolnostima) registrovanim na tržištu do momenta *n*, uključujući i moment *n*.

Vremenski trenuci registrovanja cena su diskretni, čak i kada je mesto trgovanja, kao što je, na primer, berza "Foreign Exchange", otvoreno, odnosno radi 24 časa. Ovo otuda što se kurs (na pomenutoj berzi) registruje u određenim vremenskim intervalima, na svakih 5 minuta. Međutim, postoje određene pogodnosti matematičkog modeliranja cena u kontinualnom vremenu, te se vrši neka vrsta prevođenja podataka. Ovo se postiže postupkom interpolacije. Neki od načina prevođenja na model neprekidnog vremena biće izloženi nadalje.

Neka su $\tau_k, k \in N$ vremenski trenuci registrovanih lokalnih ekstremnih vrednosti u istoriji cene *S*.

Tako ćemo na osnovu procesa $(S_n)_{n\in N}$ diskretnog vremena definisati proces $(S_t)_{t\geq 0}$ neprekidnog vremena sa $S_t = S_0 + \sum_{k=N} \xi_k I(\tau_k \leq t)$, gde je (ξ_k) neki niz slučajnih promenljivih, čija će priroda donekle kasnije biti pojašnjena, a I indikator događaja $\tau_k \leq t$.

Drugi oblik prevođenja na kontinualni proces bio bi sledeći:

posmatraćemo slučajni proces $\widetilde{S} = (\widetilde{S}_t)_{t\geq 0}$ čija je trajektorija definisana na sledeći način

$$\widetilde{S}_t = S_{\tau_k} \frac{\tau_{k+1} - t}{\tau_{k+1} - \tau_k} + S_{\tau_{k+1}} \frac{t - \tau_k}{\tau_{k+1} - \tau_k},$$

gde je $\tau_k < t \leq \tau_{k+1}$.

Međutim, za statističku analizu se ponovo koriste diskretni podaci. To dovodi do ponovne diskretizacije procesa cena. No, u postupku diskretizacije se uzimaju ekvidistantni vremenski trenuci, tj. koristi se model $S^{\Delta} = (S_{tk})$, u kome su vremenski trenuci definisani kao

$\tau_k = k\Delta,\ k \in N$, gde je sa Δ označen vremenski interval koji je od interesa za investitora ili istraživača tržišta.

3. STEPENA FUNKCIJA KORISNOSTI I MODEL KONTINUALNOG KAMAĆENJA

Investitore i tržišne analitičare ne zaokuplja toliko sama cena koliko njena izmenljivost – volatilnost. Međutim, termin volatilnost se koristi za označavanje vrlo različitih mera promenljivosti cene.

Da bi se definisala bilo kakva mera izmenljivosti cene, mora najpre da postoji jasno definisan način, tj. matematički model formiranja cene.

Jedan od načina definisanja cene vezuje se za slučajni diskontni faktor i funkciju korisnosti. Drugi mogući način je binomni model koji kao granični slučaj ima tzv. model kontinualnog kamaćenja. Prvi model je okrenut potrošnji i pogodniji je za apsolutno određivanje cene. Drugi model je okrenut prihodu i češće se primenjuje kada treba odrediti relativnu cenu.

Pođimo od modela sa slučajnim diskontnim faktorom

$$S_n = E\{m_{n+1}x_{n+1} | \mathcal{F}_n\} \equiv E_t(m_{n+1}x_{n+1}),$$

gde je

$$m_{n+1} = \beta \frac{u'(c_{n+1})}{u'(c_n)}$$

slučajni diskontni faktor u trenutku $n+1$, x_{n+1} slučajna isplativost aseta u trenutku $n+1$, a u funkcija koja je deo funkcije korisnosti u određenom vremenskom trenutku čiji je argument potrošnja c u pomenutom vremenskom trenutku. Tačnije, funkcija korisnosti je funkcija od dva argumenta:

$$U(c_n, c_{n+1}) = u(c_n) + \beta E_n [u(c_{n+1})].$$

Često je u primeni stepena funkcija u, tj. funkcija oblika

$$u(c) = \frac{1}{1-\gamma} c^{1-\gamma},$$

čiji je granični slučaj logaritamska funkcija kada $\gamma \to 1$:

$$u(c) = \ln c.$$

Ispitivanje ovakvog modela odgovara ispitivanju modela kontinualnog kamaćenja cene definisane posredstvom prihoda:

$$S_n = S_0 e^{H_n},\ H_0 = 0$$

gde je $H_n = h_0 + h_1 + ... + h_n,\ h_0 = 0,\ n \geq 0,$ složeni prihod, a slučajne veličine $h_n = h_n(\omega)$ su $\mathcal{F}_n$ merljive i definisane na sledeći način:

$$S_n = S_{n-1} e^{h_n} ,$$

odnosno

$$h_n = ln \frac{S_n}{S_{n-1}} = ln\left(1 + \frac{\Delta S_n}{S_{n-1}}\right).$$

Na taj način je H_n zbir logaritamskih prihoda u jedinici vremena, tj. posmatranom vremenskom intervalu, odnosno

$$H_n = ln \frac{S_n}{S_0} = \sum_{1 \le k \le n} ln\left(1 + \frac{\Delta S_k}{S_{k-1}}\right).$$

U svakom slučaju, investitor vodi računa o riziku koji preuzima ulaskom u investiciju. Volatilnost je osnov za određivanje rizika. Otuda je volatilnost potrošnje u prvom modelu određivanja cene, a volatilnost prihoda u drugom, predmet interesovanja investitora.

Nadalje ćemo se baviti problemom relativnog određivanja cena po principu kontinualnog kamaćenja.

4. VOLATILNOST

Za ispitivanje volatilnosti cene, opšti član niza h se posmatra kao $h_n = \mu_n + \sigma_n \varepsilon_n$, gde je (ε_n) – beli Gausov *šum*, tj. niz nezavisnih identički raspodeljenih slučajnih promenljivih sa $\mathcal{N}(0,1)$ raspodelom. Sam niz (σ_n) biće predmet našeg daljeg interesovanja. Konstatujmo da je bezuslovna disperzija slučajne promenljive h_n kada su μ_n i σ_n^2 neslučajne komponente:

$$D(h_n) = D(\mu_n + \sigma_n \varepsilon_n) = \sigma_n^2 D(\varepsilon) = \sigma_n^2 . \quad (1)$$

Uočimo da se ovde proces prevođenja cene na neprekidno vreme realizuje transformacijom nad procesom prihoda H. Drugim rečima, ukoliko se cena zapisuje u obliku $S_t = S_0 e^{H_t}$, nalazimo da je trajektorija prihoda $H = (H_t)_{t \ge 0}$

$$H_t = \sum_{k \ge 1} h_k I(\tau_k \le t),$$

gde su $\tau_1, \tau_2, ...$ momenti skokova (promene cene), a h_k su veličine skokova, $h_k = \Delta H_{\tau k} = H_{\tau k} - H_{\tau k-}$.

Da bi ovakav model bio dobro zasnovan sa stanovišta teorije verovatnoće, neophodno je postavljanje nekih uslova za slučajne momente τ_k i slučajne skokove h_k, $k \ge 1$, koji bi doveli do $\mathcal{F}_t$ merljivosti veličina H_t na intervalu vremena $[0, t]$. Ovde se nećemo baviti tim uslovima, već ćemo pretpostaviti da su oni zadovoljeni.

Model Blek-Solca za određivanje cene opcije u kontinualnom vremenu, koji je napravio veliki iskorak u oblasti određivanja cena derivata, pretpostavlja da je opšti član niza (σ_n) konstanta, tj. da je $\sigma_n = \sigma$ skoro izvesno. On predstavlja jedan iz grupe modela neprekidnog vremena pod nazivom modeli determinisane volatilnosti, DV-modeli. DV-modeli su konstruisani uz pretpostavku da je volatilnost neslučajna funkcija od cene derivata o kome je reč. Za razliku od njih, modeli stohastičke volatilnosti, SV-modeli, pretpostavljaju da je volatilnost i sama slučajni proces, koji je koreliran, ali nesavršeno, s procesom koji opisuje cenu samog *a* seta.

Jedan od načina da se obuhvate oba pomenuta slučaja jeste uopšteni model Blek-Solcaˇ. On kaže da se u svetu neutralnog rizika cena rizičnog aseta može odrediti kao rešenje slučajne diferencijalne jednačine

$$dS_t = \mu(t, S_t)S_t dt + \sigma(t, S_t)S_t dW_t, \tag{2}$$

gde je W standardno Braunovo kretanje na prostoru $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$, a procesi μ i σ su dovoljno glatki da jednačina (2) ima jedinstveno strogo pozitivno rešenje. Filtracija $(\mathcal{F}_t)_{t\geq 0}$ je generisana pomenutim Braunovim kretanjem. Intuitivna interpretacija modela (2) kazuje da $\mu(t, S_t)$ predstavlja trenutni porast prihoda od aseta u posmatranom trenutku vremena t, dok je volatilnost $\sigma(t, S_t)$ mera trenutne disperzije procesa prihoda lnS. Dakle, $\sigma(t, S_t)$ može da se interpretira kao (lokalna) mera rizika kojoj je izložen investitor prilikom ulaganja jedne jedinice (novčanog) uloga u rizični aset čija je cena opisana posmatranom jednačinom. Kada je $\sigma(t, S_t)$ konstanta ili funkcija samo od vremena t, model (2) je klasičan Blek-Solcov model.

Klasični model Blek-Solca je polazište za određivanje cene derivata rizičnog aseta na koji se derivat odnosi pod sledećim pretpostavkama:

- μ i σ su konstante
- kratka prodaja hartije od vrednosti je dozvoljena bez ograničenja
- transakcije se ne naplaćuju, niti se na njih plaćaju porezi i svi derivati su deljivi na proizvoljan način
- ne isplaćuju se dividende na rizični aset za života derivata
- nema bezrizične mogućnosti za arbitražu
- trgovanje derivatom je kontinualno u vremenu
- bezrizična kamatna stopa, r, konstantna je i ista za sve datume dospeća.

Cena derivata na aset čija je cena definisana procesom S opisuje se procesom f, koji pak, sa svoje strane zadovoljava slučajnu diferencijalnu jednačinu

$$df_t = \left(\frac{\partial f_t}{\partial S_t} \mu S_t + \frac{\partial f_t}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_t}{\partial S_t^2} \sigma^2 S_t^2 \right) dt + \frac{\partial f_t}{\partial S_t} \sigma S_t dW_t \,. \tag{3}$$

Na primeru cena evropske kupovne, c, i evropske prodajne, *p*, opcije na akciju čija je cena opisana procesom *S*, a koja ne isplaćuje dividende u periodu važenja opcionog ugovora, rešenje je

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \tag{4}$$

$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1), \tag{5}$$

gde je

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}\ .$$

$N(x)$ je vrednost funkcije raspodele normalne normirane slučajne promenljive u tački x, K cena izvršenja opcije i T vreme dospeća opcionog ugovora.

Statistička analiza stohastičke volatilnosti išla je u više pravaca. Informacije dobijene na osnovu registrovanih finansijskih vremenskih serija protivurečile su klasičnom Blek-Solcovom modelu, pre svega pretpostavci na kojoj je model baziran o normalnoj raspodeli prihoda h. Naime, podaci su ukazivali na asimetričnost raspodele. U vezi s tim navešćemo jednu generalizaciju Blek-Solcovog modela koju je ponudio Ridiger Fraj (Rüdiger Frey) (1997), a koja je istovremeno i generalizacija svih u međuvremenu definisanih modela cena.

Fraj evoluciju cene derivata rizičnog aseta opisuje sistemom od dve slučajne diferencijalne jednačine

$$dS_t = a(t, S_t, \upsilon_t)S_t dt + \sigma(t, S_t, \upsilon_t)S_t dW_{1,\,t}$$

$$d\upsilon_t = b(t, S_t, \upsilon_t)dt + \eta_1 (t, S_t, \upsilon_t)dW_{1,\,t} + \eta_2 (t, S_t, \upsilon_t)dW_{2,\,t},$$

gde su W_1 i W_2 dva nezavisna standardna Braunova kretanja na istom prostoru verovatnoća $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Filtracija $(\mathcal{F}_t)_{t\geq 0}$ generisana je pomenutim Braunovim kretanjima. Prilikom opisivanja volatilnosti Fraj uvodi pretpostavku da navedeni sistem jednačina ima jedinstveno slabo stacionarno rešenje, čija je prva komponenta S još i strogo pozitivna, a funkcija $\eta_2 \neq 0$. Funkcija $a(t, s, \upsilon)$ koja zadovoljava navedene uslove može biti razložena na sledeći način

$$a(t, s, \upsilon) = \mu(t, x, \upsilon)\ \sigma(t, x, \upsilon)$$

za neku ograničenu funkciju μ. Proces υ igra ulogu neopažljive promenljive kojom se izražava stanje celokupnog sistema u posmatranom trenutku. On utiče na drift (nanos), a posebno na volatilnost procesa cene aseta.

Druga informacija važna sa stanovišta statističke analize, koja je dobijena iz pomenutih serija podataka, jeste ona o klasternosti, odnosno grupisanju, volatilnosti. Naime, obično su postojali periodi sa izraženom volatilnošću, a takođe i periodi s niskom volatilnošću. Ovo je za posledicu imalo definisanje i razvoj grupe tzv. ARCH modela koji su bili u stanju da opišu pojavu klasternosti. ARCH modeli se mogu smatrati diskretnom verzijom SV-modela, jer je volatilnost koja je njima definisana i sama slučajni proces, odnosno vremenska serija, čije inovacione komponente pokazuju nesavršenu koreliranost sa prihodom od rizičnog aseta.

Registrovana negativna korelacija između volatilnosti i same cene rizičnog aseta (čija se volatilnost ispituje) takođe je jedan od fenomena koji je u sukobu s klasičnim modelom Blek-Solca. Pojavu pomenute negativne korelacije konstatuje i sam Blek (1976) i naziva je *efektom poluge* (laverage effect). Efekat poluge je činjenica da kada cena rizičnog aseta raste opada rizik koji proističe iz posedovanja takvog aseta i obrnuto, kada cena aseta opada, rizik od držanja takvog aseta raste.

Međutim, pojava Blek-Solcovog modela je delovala i u drugom smeru. Naime, empirijska istraživanja cene opcije protivurečila su teoriji i dovela do uvođenja pojma *posledične volatilnosti* (implied volatility).

4.1. Posledična volatilnost

Posledična volatilnost je po svojoj suštini neslučajna veličina.

Kao što je rečeno, posledična volatilnost je fenomen koji je proistekao iz teorijskog modela. Međutim, njena je uloga zanimljiva s dva aspekta. Jedan je da može da se koristi kao statistika za ocenu volatilnosti cene rizičnog aseta, a druga da je uticala na pojavu novih modela za opisivanje cena rizičnih aseta koji daleko bolje registruju, odnosno opisuju, tzv. *skicu osmeha* (smile pattern) koju opisuje posledična volatilnost kada se izrazi kao funkcija od cene izvršenja opcije (strike price). Poslednji slučaj je posebno važan u određivanju cena, kao i definisanju bezrizičnog portfolija (hedging) egzotičnih opcija.

Ukoliko se cena rizičnog aseta određuje modelom Blek-Solca, tj. iz sistema jednačina (2) i (3), posledičnu volatilnost ćemo izračunati tako što iz jednačine (3) odredimo vrednost za σ kada cenu derivata zamenimo s cenom trenutno važećom na tržištu.

Navešćemo ovde ukratko i postupak Dipira (Dupire) (1994) koji je u nečemu bolji od prethodnog, ali je u nekim aspektima i slabiji od prethodnog.

Dipir takođe polazi od uopštenog modela Blek-Solca (2) uz pretpostavku da su mu poznate cene evropske kupovne opcije za svaki datum dospeća $T \geq t$ i sve cene izvršenja $K > 0$. Tada je cena opcije u funkciji od cene izvršenja i vremena dospeća, $C(K,T)$, pod pretpostavkom da je glatka funkcija, određena integralom

$$C(K,T) = \int_0^{\infty} max\{x - K, 0\} \varphi_T(x)dx \,, \tag{6}$$

tj. očekivanjem u odnosu na ekvivalentnu martingalsku meru Q u svetu neutralnog rizika. Gustina φ_T je gustina raspodele cene S_T po meri Q.

Diferenciranjem jednačine (6) dva puta po K dobija se

$$C(K,T) = fT(x)dx \ \text{ i } \ \partial K \partial 2C(K,T) = fT(K). \tag{7}$$

Dipir je pokazao da se funkcija $\sigma(t, x)$ može odrediti iz familije $(f_T)_{T>t}$, gustina raspodele, primenom *Kolmogorovljeve forward jednačine.* Ovo je značajan rezultat, jer je poznato da u opštem slučaju nije moguće na osnovu jednodimenzione marginalne raspodele odrediti zakon difuzionog procesa. Pod određenim uslovima regularnosti, gustina raspodele difuzionog procesa zadovoljava parcijalnu diferencijalnu jednačinu poznatu kao forvard jednačina Kolmogorova:

$$\frac{\partial}{\partial K} f_T(K) = \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial K^2}(a(T,K)f_T(K)) - \frac{\partial}{\partial K}(b(T,K)f_T(K)), \tag{8}$$

gde je b nanos (drift), a a je kvadrat koeficijenta disperzije difuzije. U našem slučaju je b = 0, a za S se pretpostavlja da je Q-martingal. Štaviše,

$a(T,K) = \sigma^2(T,K)K^2$.

Dakle, u našem slučaju jednačina (8) postaje

$$\frac{\partial}{\partial K} f_T(K) = \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial K^2}(\sigma^2(T,K)K^2 f_T(K)).$$

Dvaput integrišući po promenljivoj K i primenom (7) dobijamo

$$\frac{\partial}{\partial K} C(K,T) = \frac{1}{2}\sigma^2(T,K)K^2\frac{\partial^2}{\partial K^2}C(K,T) + a_1 K + a_2, \tag{9}$$

gde se a_1 i a_2 javljaju kao integracione konstante.

Dipir dalje pokazuje da ako se površ kojom se opisuje cena opcije, $C(K,T)$, podvrgne uslovima difuzionog modela bez arbitraže (za proces cena koji razmatramo) mora biti ispunjeno

$$\frac{\partial}{\partial K^2} C(K,T) > 0 \ \text{ i } \ a_1 = a_2 = 0.$$

Otuda možemo da rešimo jednačinu (9) eksplicitno po funkciji volatilnosti, tj. po njenom kvadratu:

$$\sigma^2(T,K) = \frac{2\frac{\partial}{\partial K}C(K,T)}{K^2\frac{\partial^2}{\partial K^2}c(K,T)}.$$

Dalje se za određivanje cene američke ili egzotične opcije koriste neki približni metodi u kakve spadaju numerički metodi i Monte Karlo metodi simulacije. Kao alternativa može se koristiti i trinomijalno drvo.

Prednost koncepta posledične volatilnosti je u tome što su modeli za njeno opisivanje kompletni. Dakle, dopuštaju da se računskim putem odredi strategija obezbeđenja od rizika (hedžing strategije) i da se odrede cene i ostalih derivata osim kupovnih opcija, tj. mogu da "uhvate" opserviranu skicu osmeha. Nažalost, modeli posledične volatilnosti zahtevaju precizne opservacije cena kupovnih opcija za više cena izvršenja (strike price) i za više datuma dospeća nego što je moguće obezbediti na većini stvarnih berza koje se bave prometom opcija. Međutim, ovaj problem se prevazilazi u praksi tako što se uzima parametarska funkcija za volatilnost ili što se koriste interpolativni algoritmi.

Posledična volatilnost kao statistika za ocenu volatilnosti koristi se tako što se izračunavaju posledične volatilnosti iz opcija na određenu istu akciju kojima se aktivno trenutno trguje i takve primenjuju u određivanju cena opcija za pomenutu istu akciju kojima se trenutno ne trguje, odnosno trguje se manje aktivno, ređe.

Važno je istaći da je posledična volatilnost po svojim statističkim svojstvima veoma bliska sa empirijskom volatilnošću (kada se ova računa za slučaj neprekidnog vremena). Posledična volatilnost dobro odslikava i efekat poluge.

Na kraju treba reći i to da su mnoga empirijska istraživanja dovela u sumnju poznate modele za posledičnu volatilnost, tj. da su empirijski podaci pokazivali veliko odstupanje u odnosu na modelirane. Zbog toga se u ovoj oblasti tek očekuju modeli koji će se bolje prilagođavati stvarnosti, odnosno modeliranje posledične volatilnosti je otvoreno naučno područje.

4.2. Empirijska volatilnost

Empirijska volatilnost je statistika za ocenu volatilnosti kada se volatilnost posmatra kao parametar, dakle ne kao slučajna promenljiva. Definiše se na uzorku dnevnih logaritamskih prihoda, tj. vrednosti konačnog dela niza $h = (h_n)$. Za model (1) to znači ocenu

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(h_k - \overline{h}_n)^2 , \quad \overline{h}_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} h_k , \tag{10}$$

dakle, uzoračku ili empirijsku disperziju, a odatle sledi uzoračka standardna devijacija

$$\hat{\sigma}_n = \sqrt{\hat{\sigma}_n^2} ,$$

koja se u kontekstu terminologije cena još zove i empirijska volatilnost, kao i sam niz $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_n)_{n\geq 1}$.

Interesantno je primetiti da se empirijska volatilnost $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_n)_{n\geq 1}$ može takođe razmatrati kao neki finansijsko-statistički indeks i za njegovu analizu primeniti ista metodologija i tehnike kao i pri istraživanju cene $S = (S_n)_{n\geq 1}$. U tom cilju se uvode statistike

$$\hat{r}_n = ln\frac{\hat{\sigma}_n}{\hat{\sigma}_{n-1}} , \; n \geq 2.$$

Eksperimentalno je pokazano, na primer kod indeksa *S&P500*, da niz $\hat{r} = (\hat{r}_n)_{n\geq 2}$ veoma brzo menja vrednosti, što ukazuje na negativnu koreliranost statistika $\hat{r}_n$ i $\hat{r}_{n+1}$ za $n \geq 2$.

Pri postojanju posebnih uslova statistika (10) se koriguje, i to

- ako je $\mu_n = 0$ za svako $n \in N$, uzima se $\overline{h}_n = 0$, tj.

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n} h_k^2$$

- ako je obim uzorka veliki, tj. ako se uzima dovoljno dugačka istorija dnevnih prihoda, usrednjenje se vrši deljenjem sa n umesto sa $n - 1$, dakle

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(h_k \bar{h}_n)^2$$

- ako se veći značaj daje istorijski bližim podacima u odnosu na vremenski trenutak za koji se vrši procena, onda se umesto jednakih pondera istorijskim podacima daju težine koje odslikavaju taj značaj, tj.

$$\hat{\sigma}_n^2 = \sum_{k=1}^{n}\alpha_k h_k^2, \quad \sum_{k=1}^{n}\alpha_k = 1, \quad \alpha_k > 0,\ k \geq 1$$

pri $\mu_n = 0$, gde je α veće za bližu prošlost, tj. $\alpha_{k+1} \geq \alpha_k$.

Moguće su i druge modifikacije za druge posebne uslove, a posebno važno, i za druge definicije, odnosno modele cena.

4.3. GARCH zoo

Pokušaj aproksimacije stohastičke volatilnosti neprekidnog vremena modelima diskretnog vremena doveo je do definisanja niza vremenskih serija popularno nazvanih zajedničkim imenom GARCH zoo. Kako je već rečeno da je proces cena aseta diskretan proces, ovakav pristup je sasvim prirodan.

Osnovna ideja je u tome da se volatilnost u tenutku n izrazi kao funkcija od prethodnih (logaritamskih) prihoda, u opštem slučaju oblika $\sigma_n = \varphi(h_{n-1}, ..., h_{n-p})$ za neki broj $p \in N$. Ovo je pogodno sa stanovišta da se vrednosti elemenata niza h mogu eksperimentalno registrovati na tržištu aseta čija se cena određuje. Međutim, izbor funkcije φ, kao i izbor broja p, najteži je deo posla u statističkom smislu. Navešćemo nekoliko poznatijih modela ovog oblika. Svi će oni u osnovi svog naziva imati skraćenicu ARCH, koja potiče od engleskog naziva Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. Uslovna heteroskedastičnost (nehomogenost) odnosi se na činjenicu da je uslovna disperzija $D(h_n|\mathcal{F}_{n-1})$ slučajni proces diskretnog vremena, n, dok se činjenica da je ova uslovna disperzija konstanta označava kao uslovna homeoskedastičnost (homogenost). Bogatstvo ovih modela sadržano je u modelu pod nazivom GARCH, General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, a aluzija na činjenicu da ih je mnogo u duhovitoj odrednici "zoo".

- **ARCH(1)**

Kod ovog modela važe pretpostavke:

$$h_n = \sigma_n \varepsilon_n, \tag{11}$$

odnosno, $\mu_n = 0$ za svako n. Volatilnost se opisuje sa

$$\sigma_n^2 = a_0 + a_1 h_{n-1}^2,\ a_0 \geq 0 \text{ i } a_1 \geq 0. \quad (12)$$

Dakle,

$$h_n = \varepsilon_n \sqrt{a_0 + a_1 h_{n-1}^2}\ .$$

Ovako definisana vremenska serija ima sledeće osobine

$$E(h_n) = E(h_n | \mathcal{F}_{n-1}) = 0, \quad (13)$$

$$D(h_n) = E(h_n^2) = a_0 + a_1 E(h_{n-1}^2),$$

$$D(h_n | \mathcal{F}_{n-1}) = E(h_n^2 | \mathcal{F}_{n-1}) = \sigma_n^2 = a_0 + a_1 h_{n-1}^2. \quad (14)$$

Dovoljan uslov za stacionarnost ove vremenske serije je $a_1<1$. Činjenica da je uslovno očekivanje konstantno (13) znači da su elementi vremenske serije h među sobom nekorelirani (važi uopšte za slučajne procese). Jednakost (14) je ključna u razumevanju mehanizma ARCH, odnosno efekata koji se njime dobro opisuju, pre svega efekat klasternosti. Suština fenomena klasternosti se ogleda u činjenici da velika vrednost za h_n^2 povlači veliku vrednost za h_{n+1}^2 i dalje, odnosno za $|h_{n+1}|$ i dalje.

Međutim, model (12) ne može da ukaže na to da li će vrednost za h_{n+1} biti pozitivna ili negativna.

Slično je s malim vrednostima za h_n^2 i njegovim sledbenicima koji će odražavati tendenciju malih vrednosti, odnosno malih apsolutnih vrednosti.

Zbog ovakvog ponašanja prihoda, heteroskedastička volatilnost koja karakteriše h nastoji da opstane sa istom tendencijom, ali ne zauvek. Uslovna disperzija nastoji da se preobrati u bezuslovnu ako je $a < 1$, tako da proces postane stacionaran s konačnom disperzijom. Ako bi $a1$ bilo veće ili jednako 1, onda bi disperzija članova niza h bila beskonačna.

- **ARCH(p) (Engle, 1982)**

Model ARCH(1) uopštava se modelom ARCH(p) na sledeći način. U istom modelu prihoda kao u prethodnom slučaju, volatilnost se definiše kao

$$\sigma_n^2 = a_0 + \sum_{j=1}^{p} a_j h_{n-j}^2$$

za $p > 1$. Ovde se nećemo baviti uslovima za egzistenciju i stacionarnost ovog modela.

- **AR(1)/ARCH(1)**

Primer modela kod koga su i uslovno očekivanje i uslovna disperzija slučajni jeste tzv. model AR(1)/ARCH(1), koji je mešavina linearne i uslovno heteroskedastičke autoregresije, odnosno autoregresivna vremenska serija sa ARCH(l) šumom:

$$h_n = b_0 + b_1 h_{n-1} + \varepsilon_n \sqrt{a_0 + a_1 h_{n-1}^2} \; .$$

On ima sledeće osobine:

$$E(h_n) = \frac{b_0}{1 - b_1} \; ,$$

$$E(h_n | \mathcal{F}_{n-1}) = b_0 + b_1 h_{n-1} \; ,$$

$$D(h_n | \mathcal{F}_{n-1}) = a_0 + a_1 h_{n-1}^2 \; .$$

Autokovarijansna struktura vremenske serije *h* odgovara AR(1) modelu:

$R_k = b_1 R_{k-1}$,

a vremenske serije $h^2 = (h_0^2)_{n \geq 0}$ odgovara ARCH(1) modelu, gde je za stacionarnost neophodno da $|b_1| < 1$ i $a_1 < 1$ uz već poznate uslove za egzistenciju ARCH(1) modela koji ovde igra ulogu šuma.

- **GARCH(p,q) (Bolerslev, 1986)**

Kod ovog modela važi i dalje struktura (11), s tim što se volatilnost opisuje nizom čiji je opšti član

$$\sigma_n^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i h_{n-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} b_j \sigma_{n-1}^2 \; , \qquad (15)$$

za koji je $a_0 > 0$, $a_i \geq 0$ i $b_j \geq 0$.

Prednost modela GARCH nad modelom ARCH je u tome što se prvi model najčešće dobro prilagođava realnim podacima već za male vrednosti *p* i *q*, što nije slučaj s modelom ARCH.

GARCH(p,q) je stacionaran s konačnom (bezuslovnom) disperzijom ako je

$$\sum_{i=1}^{p} a_i h_{n-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} b_j \sigma_{n-1}^2 < 1 \, .$$

- **I-GARCH** (Engle, Bollerslev, 1986)

GARCH(p,q) se zove I-GARCH ako je

$$\sum_{i=1}^{p} a_i h_{n-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} b_j \sigma_{n-1}^2 = 1 \, .$$

I-GARCH procesi nisu slabo stacionarni. Proces σ_t^2 je martingal i pod određenim uslovima strogo je stacionaran, ali ne i slabo stacionaran jer nema prva dva momenta.

- **EGARCH(p,q) (Nelson, 1990)**

Nemogućnost ARCH i GARCH modela da opišu efekat poluge dovela je do definisanja modela EG ARCH, Exponential GARCH, koji, kada u sebi sadrži pretpostavku (11), definiše volatilnost kao

$$ln\,\sigma_n^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i\left[\theta\varepsilon_{n-1} + \gamma\left(\left|\varepsilon_{n-i}\right| - E\left|\varepsilon_{n-i}\right|\right)\right] + \sum_{j=1}^{q} b_j\sigma_{n-1}^2 \ .$$

Ako je u (11) $\sigma_n \geq 0$, onda se znak prihoda h_n i šuma ε_n poklapaju. Otuda ako je $\varepsilon_{n-i} = \Delta$, ($\Delta>0$), onda se σ_n^2 menja pod uticajem doprinosa $\Delta(\theta + \gamma)$, a ako je $\varepsilon_{n-1} = -\Delta < 0$, doprinos će biti ravan $\Delta(-\theta + \gamma)$.

Ovo su samo istorijski početni modeli koji su deo pokušaja da se opiše heteroskedastičnost promena cena aseta. Noviji model ovog tipa je, recimo, Split-ARCH model:

- **Split-ARCH (Popović, Stojanović, 2005)**

Pored pretpostavke (11), ovaj model je definisan jednakošću

$$\sigma_n^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i h_{n-j}^2 + \sum_{j=1}^{q} (\beta_0^{(j)} + \sigma_{n-1}^2) I(\varepsilon_{n-j}^2 > c), \tag{16}$$

gde je $a_0 > 0$, a_i, $\beta_0^{(j)}$, $\beta_1^{(j)} \geq 0$, a $c > 0$ je tzv. kritična vrednost reakcije, tj. nivo koji će odrediti realizacije šuma koje su dovoljno statistički značajne da bi se vrednost prethodne volatilnosti uključila u (16).

5. KORELACIJA

Na sadašnjem nivou informacionih tehnologija i međunarodne ekonomske integracije, finansijska tržišta pokazuju tendenciju da reaguju istovremeno na informacije pristigle s jednog tržišta na drugo. One nastoje da razviju veze koje u matematičkom smislu još nisu eksplicitno objašnjene. Dinamička evolucija korelacija po parovima prihoda finansijskih aseta je od najvećeg značaja za donošenje odluka u finansijama, kao što je optimalna alokacija aseta, određivanje cene aseta ili kreiranje izvedenih hartija od vrednosti (derivata).

Standardna mera linearne zavisnosti elemenata slučajnog niza h je autokorelaciona funkcija, tj. niz čiji su elementi $Corr(h_n, h_m) = K(n, m)$. Kako su predmet našeg interesovanja članovi niza koji smo nazvali volatilnost, to ćemo svoju pažnju skoncentrisati na dobijanje informacija o autokorelacijama među članovima volatilnosti.

Na osnovu brojnih statističkih ispitivanja finansijskih vremenskih serija utvrđena je jača koreliranost među članovima unutar nizova $|h| = (|h_n|)_{n\geq 1}$ i $h^2 = (h_n^2)_{n\geq 1}$ nego što su to u stanju da ostvare elementi ARCH i GARCH modela. Navešćemo nadalje autokorelacione funkcije nekih gore navedenih modela.

Važno u određivanju autokorelacione funkcije jeste svojstvo stacionarnosti vremenske serije kojim su snabdevene sve gore navedene vremenske serije kod kojih je bilo

$E(h_n) = \mu$, tj. konstanta. Za stacionarne (u širokom smislu) vremenske serije autokovarijansna funkcija je funkcija jedne promenljive, a argument joj je razlika vremena dva ispitivana člana niza.

Za model ARCH(1) autokorelaciona funkcija niza h^2, preko koga je definisana volatilnost, ima oblik

$$p(k) = Corr(h_{n-k}^2, h_n^2) = a_1^k \text{ ako je } a_1 < 1.$$

Za model GARCH(1,1) autokorelaciona funkcija je data formulama

$$p(1) = \frac{a_1(1 - a_1 b_1 - b_1^2)}{1 - 2a_1 b_1 - b_1^2},$$

$$p(k) = (a_1 + b_1)^{k-1} p(1), \; k > 1.$$

Lako je primetiti da je autokorelaciona funkcija ovog modela opadajuća funkcija i da opada geometrijskom brzinom. U statističkom žargonu se često kaže da je to pojava "brzog zaboravljanja prošlosti".

Nasuprot "brzom zaboravljanju" stoje modeli "dugog pamćenja", kod kojih autokorelaciona funkcija ima hiperbolički karakter opadanja ka nuli:

$$p(k) \sim ck^{-p}, \; k \to \infty.$$

U prethodnim primerima pod korelacijom je podrazumevana uslovna korelacija u odnosu na filtraciju F.

Treba naglasiti da je u opštem slučaju autokorelaciona funkcija autoregresivnih modela predstavljena diferencnom jednačinom onog reda kog reda je i sama autoregresija. Pri tome su koeficijenti specifični za svaki model, kao i početni uslovi. To znači da se rešenja, odnosno konkretne vrednosti autokorelacione funkcije koje predstavljaju koeficijent korelacije između dva konkretna elementa vremenskog niza mogu odrediti ukoliko su ispunjeni opšti uslovi za egzistenciju rešenja diferencne jednačine koja odgovara tom specijalnom modelu. Međutim, "GARCH zoo" modeli imaju mnogo složeniju strukturu nego što je linearna autoregresija. Tako je kvadrat volatilnosti samog GARCH modela autoregresivna pokretna sredina (15). Dakle, korelacionu strukturu svakog pojedinog modela bi trebalo ponaosob opisivati, što ovde neće biti urađeno.

Druga vrsta potrebe za ispitivanjem koeficijenta korelacije odnosila bi se na ispitivanje koreliranosti cena dva različita aseta kojima se trguje u isto vreme na jednom tržištu ili na dva različita tržišta, tj. za koje su cene poznate u istim vremenskim trenucima, ili cena jednog aseta na dva različita tržišta, takođe u istim vremenskim trenucima. U ovakvim slučajevima može da se primeni uzorački koeficijent korelacije. Umesto samih cena, mogu se posmatrati korelacije prihoda trgovanja po tim cenama ili logaritamskih prihoda ili bilo koje (iste) funkcije $ od cene.

Ukoliko je uzorkom obuhvaćen skup cena u vremenskim trenucima {1, 2, ..., m}, a dve cene (ili prihodi ili logaritamski prihodi) o kojima je reč neka su obeležene sa $h^{(1)}$ i $h^{(2)}$, tada se koeficijent korelacije među njima, na osnovu posmatranja u definisanom vremenu, može oceniti kao

$$Corr(h^{(1)}, h^{(2)}) = \frac{\frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m} h_n^{(1)} h_n^{(2)} - \overline{h}^{(1)}\overline{h}^{(2)}}{\overline{S}_1 \overline{S}_2},$$

gde je

$$\overline{h}^{(i)} = \frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m} h_n^{(i)}, \ i = 1, 2$$

$$\overline{S}_i = \frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m} (h_n^{(i)} - \overline{h}^{(i)})^2, \ i = 1, 2.$$

Ovim modelom se opisuju bezuslovne korelacije.

U statistici $Corr(h^{(1)}, h^{(2)})$ moguće je izvršiti korekciju u smislu težina za "bližu" i "dalju" prošlost, te da se umesto jednakih težina $\frac{1}{m}$ odrede takve težine koje će činiti niz opadajućih vrednosti sa opadanjem vrednosti indeksa n, tj. sa udaljenjem u vremenu.

5.1. CorrARCH

Ovde će biti izložen rezultat Kristodulakisa i Seičela (Christodulakis, Satchell, 2002) o opštem eksplicitnom modelu po kome se može ocenjivati i prognozirati uslovna autokorelacija prihoda od aseta. Model se odnosi na dvodimenzionu GARCH kovarijansnu strukturu u kojoj uslovne disperzije mogu da budu opisane bilo kojim GARCH procesom, a uslovna korelacija je generisana nekim eksplicitnim slučajnim procesom diskretnog vremena, CorrARCH procesom. Dugačka autoregresija u ovom procesu može da se zameni CorrGARCH strukturom.

Dvodimenzioni slučaj je od velike važnosti u finansijama, s obzirom na to da je u većini slučajeva u osnovi trodimenzioni problem, akcije-obveznice-gotovina, moguće redukovati na dvodimenzioni izražavajući prihode od akcija i obveznica kao devijaciju prihoda od gotovine.

Pređimo na definiciju modela CorrARCH.

Neka je h_n vektor dimenzije 2×1 definisan kao

$$b_n = \mu_n + v_n, \quad (17)$$

gde je μ_n vektor dimenzije 2×1 uslovnih matematičkih očekivanja, a vektor grešaka v_n je oblika

$$v_n = \begin{pmatrix} \upsilon_{1n} \\ \upsilon_{2n} \end{pmatrix},$$

$$v_{in} = \sigma_{in}\varepsilon_{in}, \ i = 1, 2,$$

pri čemu je σ_{in} uslovna standardna devijacija prihoda od aseta i u odnosu na filtraciju F, ε_{in}

je inovacioni proces koji ima očekivanje nula, a korelaciona matrica vektora ε_n je oblika

$$\begin{pmatrix} 1 & p(z_{12,n}) \\ p(z_{12,n}) & 1 \end{pmatrix}; \tag{18}$$

o samoj raspodeli vektora ε_n biće nadalje još reči.

Dakle, prihodi od aseta će imati međusobni uticaj u onoj meri koju opisuje funkcija $_n$ $p(z_{12,n})$ tokom vremena na osnovu dopustivih informacija. Inače ona označava uslovnu korelaciju među prihodima od aseta kao funkciju od Fišerove z-transformacije,

$$z = \frac{1}{2} ln\left(\frac{1+p}{1-p}\right).$$

Tada je

$$E(v_n| \mathcal{F}_{n-1}) = 0 \text{ i } E(v_n v_n'| \mathcal{F}_{n-1}) = H_n, \tag{19}$$

gde je H_n kovarijansna matrica

$$H_n = \begin{pmatrix} \sigma_{1n}^2 & \sigma_{1n}\sigma_{2n} p(z_{12,n}) \\ \sigma_{1n}\sigma_{2n} p(z_{12,n}) & \sigma_{2n}^2 \end{pmatrix}. \tag{20}$$

Prirodna dekompozicija matrice H_n u terminima uslovne disperzije i korelacije je

$$H_n = C_n R_n C_n,$$

odnosno

$$H_n = \begin{pmatrix} \sigma_{1n}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{2n}^2 \end{pmatrix}^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 1 & p(z_{12,n}) \\ p(z_{12,n}) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{1n}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{2n}^2 \end{pmatrix}^{\frac{1}{2}}.$$

Uslovne disperzije σ_{1n}^2 mogu da budu definisane bilo kojim GARCH procesom. Ostaje samo još da se precizira kako se $p_{12,n}$ menja u toku vremena. Pretpostavke uvedene u (17) daju

$$E(\varepsilon_{1n}\varepsilon_{2n}|\mathcal{F}_{n-1}) = E\left(\frac{\upsilon_{1n}\upsilon_{2n}}{\sigma_{1n}\sigma_{2n}}|\mathcal{F}_{n-1}\right) = \frac{\sigma_{12,n}}{\sigma_{1n}\sigma_{2n}} = \rho_{12,n} \tag{21}$$

na osnovu (19) i (20).

Prirodno je da uslovna korelacija bude funkcija elemenata svog skupa informacija, te da se predstavlja u terminima izraza

$$\frac{\upsilon_{1,n-1}\upsilon_{2,n-1}}{\sigma_{1,n-1}\sigma_{2,n-1}}, \frac{\upsilon_{1,n-2}\upsilon_{2,n-2}}{\sigma_{1,n-2}\sigma_{2,n-2}}, \ldots$$

koji je dostupan uslovno na osnovu $\mathcal{F}_{n-1}$, jer je generisan pod zajedničkim dejstvom uslovnog očekivanja i uslovne disperzije. Pod pretpostavkama (17) i (18) ovo će biti serijski nekoreliran niz. Treba još obezbediti da je uslovni koeficijent korelacije po apsolutnoj vrednosti uvek manji od jedinice, $|\rho_{12,n}| < 1$, čime bi bila obezbeđena pozitivna definitnost matrice$\boldsymbol{H_n}$. Baš iz tog razloga se proces korelacija adaptira Fišerovom *z*-transformacijom, te je

$$\rho(z_{12,n}) = \frac{e^{2z_{12,n}} - 1}{e^{2z_{12,n}} + 1} .$$

Najzad stavimo da je $z_{12,\, n}$ linearna funkcija dostupnih informacija, tj.

$$z_{12,n} = a_0 + \varphi_1 \tilde{\upsilon}_{n-1} + \varphi_2 \tilde{\upsilon}_{n-2} + \ldots + \varphi_q \tilde{\upsilon}_{n-q} , \tag{22}$$

gde je

$$\tilde{\upsilon}_n = \frac{\upsilon_{1n}\upsilon_{2n}}{\sigma_{1n}\sigma_{2n}} - \rho ,$$

a

$$\rho = E\left(\frac{\upsilon_{1n}\upsilon_{2n}}{\sigma_{1n}\sigma_{2n}}\right)$$

prvi zajednički bezuslovni moment procesa (18).

Relacijama (17) do (22) definisan je CorrARCH proces reda q.

Autori ovog modela daju i empirijsku potvrdu proveravajući ga na indekse akcija na berzama u Londonu, Tokiju, Parizu i Frankfurtu.

LITERATURA

(1) Black, F. (1976), *Studies in Stock Price Volatility Change, Proc. of the 1976 Business Meeting of the Business and Economics Statistics Selection*, Amer. Stat. Assoc., 177-181.

(2) Bollerslev, T. (1986), *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity,* Journal of Econometrics, 31, 307-327.

(3) Borkovec, M. (2000), *Extremal Behaviour of the Autoregressive Process with ARCH(1) Errors,* Stoch. Proc. and Their Appl., 85, 189-207.

(4) Christodoulakis, G., Satchell, S. (2002), *Correlated ARCH (CorrARCH): Modelling the Time-Varying Conditional Correlation Between Financial Asset Returns,* European Jorn. of Operation Research, 139, 351-370.

(5) Cochrane, J. (1999), *Asset Pricing,* Pricenton University Press, New Jersey

(6) Dupire, B. (1994), *Pricing with a Smile,* RISK, 7, 18-20.

(7) Engle, R. (1982), *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation,* Econometrica, Vol. 50, No. 4, 987-1007.

(8) Frey, R. (1997), *Derivative Asset Analysis in Models with Level-Dependent and Stochastic Volatility,* CWI Quarterly, Vol. 10, No.1, 1-34.

(9) Hamilton, J. (1994), *Time Series Analysis,* Princeton University Press, New Jersey [10] Hull, J. (2000), *Options, Futures & Other Derivatives,* Prentice Hall [11] Nelson, D. (1990), *ARCH Models as Diffusion Approximations,* Journal of Econometrics, 45, 7-35.

(10) Popović, B., Jovanović, M., Ristić, M. (2001), *Volatilnost u modelima diskretnog vremena,* Zbornik radova STM-OP-IS 2001, 597-600.
(11) Popović, B., Stojanović, V. (2005), *Split-ARCH,* PLISKA Studia Mathematica Bulgarica, Vol. 17, 201-220.
(12) Sirjaev, A.N. (1998), *ˇOsnovi stohastičeskoi finansovoi matematiki I, II,* FAZIS, Moskva

ESTIMATION OF VOLATILITY AND CORRELATION IN ORDER TO DETERMINE THE PRICE OF DERIVATIVES

ABSTRACT

In order to derive the price in future, someone is to consider all the information that are available on the market. One of parameters that is considered in this context is the volatility. Volatility is the base for determining the risk. That is why volatility is the subject of investors' interest. In this paper, different ways to estimate volatility are presented. The estimates of nonconditional correlation coefficient of the price of an asset or return on some asset are presented also. The estimates for conditional correlation coefficient and the prediction of the same coefficient of the return on an asset are given too.

Key words: *Price, return, volatility, correlation, autocorrelation*

Dr Aleksandra Zečević, Ekonomski fakultet, Beograd

PROVERA KVALITETA SLUČAJNIH BROJEVA KORIŠĆENJEM UGRAĐENIH FUNKCIJA U PROGRAMSKOM JEZIKU PRIMENOM TRANZITIVNE MATRICE

REZIME

Činjenica je da se mnogi problemi u pojedinim naučnim disciplinama, posebno u eksperimentalnim naukama i problemima uzoraka, planiranju eksperimenata, modeliranju s brojnim parametrima i slučajnim veličinama, zatim simulacijama, rešavanju komplikovanih zadataka stohastičkih procesa s nepoznatim elementima i sl., ne mogu rešavati bez primene slučajnih brojeva. Slučajni brojevi, nastali iz mnogih generatora, moraju zadovoljavati niz uslova kako bi istraživač mogao da ih koristi bez ikakve sumnje u njihovu verodostojnost. Poznati su statistički testovi koji testiraju kvalitet slučajnih brojeva. Mnogi programski jezici sadrže funkcije koje generišu slučajne brojeve, čije generatore ne poznajemo. Iz ovih razloga, koristiće se aspekt „moći“ tranzitivnih matrica da bi se ocenio kvalitet slučajnih brojeva.

Ključne reči: *slučajni brojevi, karakteristike procesa, tranzitivna matrica, sistem, stanja sistema, stabilnost.*

1. UVOD

U razvoju mnogih disciplina primena moćnih računara sa odgovarajućim softverima veoma je značajna i evidentna. Pored mnogih prednosti, po pravilu poznatih i dokazanih, računari su oslobodili mnoge istraživače od straha da su u nemogućnosti da realizuju pojedine modele s mnoštvom parametara, promenljivih i brojnim vezama, te da zamišljene modele bez ograničenja provere, testiraju, poboljšaju i na kraju uobliče u odgovarajući model. Svakako da pojedini delovi u istraživanju i dalje ostaju kao problemi, jer se nalaze u sistemima koji postaju predmet istraživanja, a pripadaju grupama problema: složenim stohastičkim procesima, eksperimentalnoj statistici, prolascima procesa kroz ’’crnu kutiju’’, nedostatku pojedinih podataka (izgubljenih, pogrešno zapisanih i dr.) izboru uzorka iz nehomogenog skupa bez jasno određenih granica parcijalnih homogenosti, simulaciji i sl. Da bi se donekle ublažile moguće greške izborom neadekvatne metodologije, ili pak da bi se dobilo rešenje s minimalnim odstupanjem od pravog (nepoznatog), koriste se slučajni brojevi, koji su već decenijama pomagali i pomogli istraživačima u mnogim zadacima. Iz činjenice da su se o validnosti slučajnih brojeva, nastalih pomoću određenih realizacija dužeg niza iracionalnih brojeva (na primer, kod trigonometrijskih funkcija uglova sfernog trougla s brojnim ciframa uzima se polovina cifara u sredini, na način što se prva četvrtina i poslednja četvrtina cifara eliminišu, a ostatak postaje niz slučajnih cifara od kojih se dobijaju i slučajni brojevi), postavili statistički testovi, poređani po rangu strogosti, istraživači prema zahtevima biraju test i usvajaju (ili ne) date slučajne brojeve za korišćenje. Savremeni programski jezici imaju funkcije koje obezbeđuju slučajne brojeve i koje generišu brojeve koje najčešće ne poznajemo. Tada nam jedino preostaje da najpre testiramo tako dobijene brojeve. Rad ''*Validnost slučajnih brojeva generisanih funkcijama u različitim programskim jezicima*'' sa SYMOPIS-a bavio se ovom problematikom koristeći statističke testove.

Prilikom rešavanja određenih zadataka iz oblasti stabilnosti sistema, posebno zadatka iz Markovljevih procesa, uočeno je da se matrica prelaza stanja sistema (konačan broj i jasno definisana stanja) može koristiti za ocenu kvaliteta slučajnih brojeva koji se koriste u različitim programskim jezicima. Iz ovih razloga i rad će biti posvećen ovom problemu.

2. OSNOVNE KARAKTERISTIKE SLUČAJNIH BROJEVA

Neka se sa **z** označi osnovni slučajni broj, a sa **ε** slučajne cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 uniformno raspoređene s verovatnoćom 0.1; tada se slučajni broj **z** definiše izrazom $Z=\sum_{k=1}^{\infty}10^{-k}\varepsilon_k$, gde je $\boldsymbol{\varepsilon_k}$ k-ta cifra u decimalnom razlomku $0,\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\dots,\varepsilon_{k-1},\varepsilon_k,\varepsilon_{k+1},\dots$. Iz svojstva funkcije rasporeda slučajne promenljive $X : x \in (0,1)$, tj.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0 \\ z, & 0 < x < 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases},$$

sledi da je $F(x)=z$, ili $x=F^{-1}(z)$, što postaje osnova za realizacije slučajnih promenljivih.

Za slučajne brojeve koji će se tretirati u problematici rada, treba ukazati i na sledeći deo opšte aksiomatike slučajnih brojeva:

- Postoji skup **Z** od neograničeno mnogo, bez ikakvog reda, poređanih cifara 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;
- Postoje generatori **G(z)** koji generišu skupove **Z**;
- Postoje statistički testovi **T(z)** koji testiraju kvalitet slučajnih brojeva;
- Od osnovnog slučajnog broja **z**, transformacijom $10^n \cdot z$, mogu se dobiti celi brojevi od **n** cifara, s tim da **z** ima više decimalnih cifara od **n**;
- Realizacija slučajnih promenljivih u problemima statističkog modeliranja obezbeđuje se iz odnosa $x=F^{-1}(z)$.

Pored ovoga, vredno je pomenuti i tri stava koji su značajni u statističkom modeliranju:

1. Verovatnoća da će bilo koja cifra biti na bilo kom mestu u decimalnom razmaku **z** iznosi 0.1;

2. Cifre u slučajnom broju **z** međusobno su nezavisne;
3. Realizacija stohastičkog procesa svodi se na realizaciju višedimenzionalne slučajne promenljive.

3. TRANZITIVNA MATRICA

Iz činjenice da je u teoriji stohastičkih procesa (posebno u procesima Markova), teoriji masovnog opsluživanja (stalne promene stanja jednog sistema) i teoriji grafova (promene ulaza i izlaza po čvorovima) često korišćena matrica promene stanja, kao i matrica tranzitivnih verovatnoća, u ovom delu pažnja će biti posvećena tranzitivnoj matrici samo u domenu tretirane problematike, uz neke postavke i oznake:

- Neka **Ω** predstavlja sistem sa 10 elemenata – ciframa 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 , u oznaci **Ω** (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9);
- Bilo koji slučajni broj **z** sastavljen je isključivo od elemenata sistema **Ω**;
- Neograničeni niz slučajnih cifara dobija se tako što se znakovi ‘’0’’ i ‘’.’’ obrišu, a preostale cifre tako dobijenih brojeva poređaju bez prekida;
- ‘’Čitanje’’ cifara dobijenog niza sadržano je redom u čitanju elemenata sistema, tj. u evidentiranju cifara bez ikakvog reda iz skupa **Ω**.

Na primer, uzeto je nekoliko osnovnih slučajnih brojeva od po 8 cifara: 0.20367513, 0.41308296, 0.55240478 i 0.76190848, i neka se delovi decimala skupe u niz: 20367513413082965524047876190848, koji u ovom primeru sadrži 32 cifre.

U vezi sa sistemom **Ω** treba uočiti: Sistem **Ω** se na početku našao u stanju 2, zatim u prvoj promeni u stanju 0, u drugoj promeni u stanju 3, itd., do kraja u 31. promeni u stanju 8. Drugim rečima, bilo je 31 promena sistema **Ω**, i to samo u definisanim stanjima.

Niz cifara, poštujući promenu, može biti dat u obliku: $2\to0\to3\to6\to7\to5\to1\to3\to...\to4\to8$, što simbolično znači ‘’iz stanja 2 u stanje 0’’, ‘’iz stanja 0 u stanje 3’’, itd. Dakle, stalna promena stanja i uvek je **Ω** u nekom od definisanih stanja.

Sada je izvesno da se sa sigurnošću može postaviti matrica broja prelaznih stanja sistema u obliku:

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	$f_{i.}$
0				1	1				2		4
1				2						1	3
2	1				1					1	3
3	1				1		1				3
4	1	1						1	1		4
5		1	1			1					3
6		1				1		1			3
7						1	1		1		3
8			1		1			1			3
9	1						1				2
$f_{.j}$	4	3	2	3	4	3	3	3	4	2	31

Sa $\mathbf{f_{ij}}$ se označavaju frekvencije koje predstavljaju broj promena iz stanja **i** u stanje **j** (i, j = 0, 1, 2, …, 9). Matrica je dimenzija 10x10, što znači ukupno 100 ćelija za raspored $\mathbf{f_{ij}}$.

Treba uočiti da je za 32 cifre, 31 promena iz prostog razloga što za prvo stanje (2) nije evidentiran prelaz ''iz kog stanja''.

Marginalni rasporedi $\mathbf{f_{i.}}$ i $\mathbf{f_{.j}}$ znače:

$\mathbf{f_{i.}}$– broj promena iz stanja **i** u ostala stanja, za i = 0,1, 2, 3, …, 9;

$\mathbf{f_{.j}}$ – broj promena iz ostalih stanja u stanje **j**, za j = 0, 1, 2, 3, ., 9.

Naravno, da je $\sum_i \sum_j f_{ij} = 31$, $\sum_i f_{i.} = 31$, $\sum_j f_{.j} = 31$. Na bazi ovog objašnjenja, mogu se uopštiti delovi i celina tranzitivne matrice.

Neka je dobijen niz od **N+1** cifre (kao stanja sistema **Ω**). Evidentirajući redom promene stanja dobiće se matrica dimenzije 10x10 sa frekvencijama $\mathbf{f_{ij}}$, koje predstavljaju brojeve promena stanja sistema iz stanja ''i'' u stanje ''j'', gde su indeksi (i, j = 0, 1, …, 9). Na taj način se dobija sledeća matrica:

$$
M = \begin{array}{c|cccccccccc|c}
 & 0 & 1 & 2 & . & . & j & . & . & . & 9 & f_{i.} \\
\hline
0 & f_{00} & f_{01} & f_{02} & . & . & f_{0j} & . & . & . & f_{09} & f_{0.} \\
1 & f_{10} & f_{11} & f_{12} & . & . & & . & . & . & f_{19} & f_{1.} \\
. & . & . & . & . & . & & . & . & . & . & \\
. & . & . & . & . & . & & . & . & . & . & \\
. & . & . & . & . & . & & . & . & . & . & \\
i & f_{i0} & f_{i1} & f_{i2} & . & . & f_{ij} & . & . & . & f_{i9} & f_{i.} \\
. & . & . & . & . & . & & . & . & . & . & \\
. & . & . & . & . & . & & . & . & . & . & \\
. & . & . & . & . & . & & . & . & . & . & \\
9 & f_{90} & f_{91} & f_{92} & . & . & f_{9j} & . & . & . & f_{99} & f_{9.} \\
\hline
f.j & f.0 & f.1 & f.2 & . & . & f.j & . & . & . & f.9 &
\end{array}
$$

gde je $\sum_{i=0}^{9}\sum_{j=0}^{9} f_{ij} = N$, $\sum_{i=0}^{9} f_{i.} = N$, $\sum_{j=0}^{9} f_{.j} = N$, ili skraćeno $M = \lfloor f_{ij} \rfloor,\ (i,j = 0,1,...,9)$.

4. PROGRAMI DOBIJANJA NIZA SLUČAJNIH CIFARA I TRANZITIVNE MATRICE

Uzeti su slučajni brojevi u programskom jeziku Visual Basic pomoću određene funkcije, pri uslovu da su u zahtevu određeni uslovi (na primer, da budu celi brojevi od 1 do 100000 i da ih bude ukupno 150). U iskazu:

```
Sub slucajan_broj
Randomize
For i= 1 To 150
broj = 1 + Int(100000*Rnd)
```

funkcijom **Randomize** dobija se osnovni slučajan broj, a sa gore navedenim iskazom dobijaju se celi brojevi od 1 do 100000.

Ukoliko hoćemo da napravimo trazitivnu matricu promena cifara iz **Ω** u skupu mnoštva cifara, delovi programa urađeni u Visual Basic-u bi bili:

Inicijalizacija matrice brojevima od 0 do 9:

```
For i = 0 To 9
    matrica.MoveFirst
    Do While Not matrica.EOF
        matrica.Edit
        matrica(CStr(i)) = 0
        matrica.Update
        matrica.MoveNext
    Loop
Next i
```

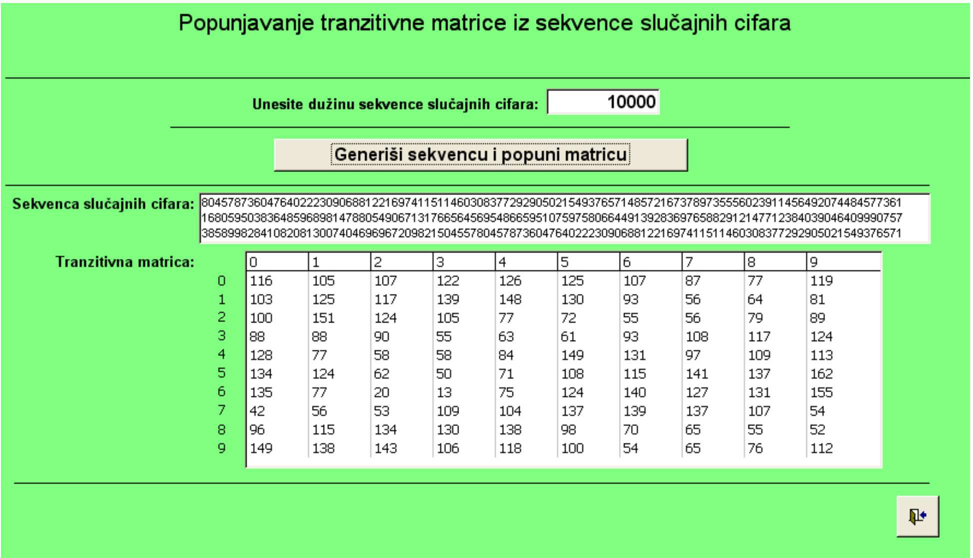
Zatim se vrši generisanje sekvence slučajnih brojeva:

```
sekvenca = ""

For i = 1 To duzina
    Randomize
    sekvenca = sekvenca & Int(10 * Rnd)
Next i
```

Na kraju se vrši popunjavanje tranzitivne matrice, s komentarom na statusnoj liniji, za čekanje, ukoliko se zadaje velika dužina sekvence slučajnih cifara:

```
    X = duzina
    Stanje = SysCmd(acSysCmdInitMeter, "Molim, sacekajte...", X)
    X = 0


    For i = 1 To (duzina - 1)

        X = X + 1
        Stanje = SysCmd(acSysCmdUpdateMeter, X)


        prvi = Mid(sekvenca, i, 1)
        drugi = Mid(sekvenca, i + 1, 1)

        matrica.FindFirst "vrsta = " & CInt(prvi)
        matrica.Edit
        matrica(drugi) = matrica(drugi) + 1
        matrica.Update

    Next i

    Stanje = SysCmd(acSysCmdRemoveMeter)

    izlaz = sekvenca

End Sub
```

Aplikacija koja prikazuje npr. 10000 slučajnih cifara i tranzicionu matricu izgleda ovako:



Popunjavanje tranzitivne matrice iz sekvence slučajnih cifara

Unesite dužinu sekvence slučajnih cifara: 10000

Generiši sekvencu i popuni matricu

Sekvenca slučajnih cifara: 80457873604764022230906881221697411511460308377292905021549376571485721673789735556023911456492074484577361
16805950383648596898147880549067131766564569548665951075975806644913928369765882912147712384039046409990757
38589982841082081300740469696720982150455780457873604764022230906881221697411511460308377292905021549376571

Tranzitivna matrica:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	116	105	107	122	126	125	107	87	77	119
1	103	125	117	139	148	130	93	56	64	81
2	100	151	124	105	77	72	55	56	79	89
3	88	88	90	55	63	61	93	108	117	124
4	128	77	58	58	84	149	131	97	109	113
5	134	124	62	50	71	108	115	141	137	162
6	135	77	20	13	75	124	140	127	131	155
7	42	56	53	109	104	137	139	137	107	54
8	96	115	134	130	138	98	70	65	55	52
9	149	138	143	106	118	100	54	65	76	112

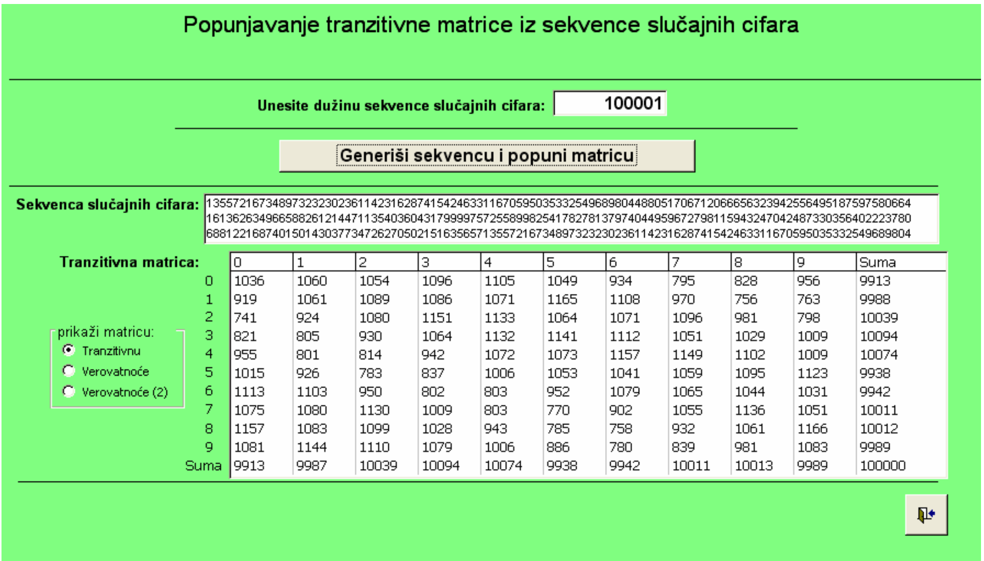
5. FORMIRANJE TRANZITIVNE MATRICE VEROVATNOĆA

Sistem **Ω** sa svojim stanjima, koji je definisan u trećem delu, biće osnov za formiranje matrice verovatnoća promene stanja sistema, a samim tim predstavljaće i bazu za odgovor na pitanje kako ocenjivati kvalitet slučajnih brojeva pomoću dobijenih matrica verovatnoća.

Iz dobijene matrice **M** koja predstavlja raspored $\mathbf{f_{ij}}$, (i, j = 0, 1, 2, ..., 9) moguće je lako dobiti i tranzitivnu matricu verovatnoća promene stanja sistema. Matrica verovatnoća **P** dobija se na bazi količnika $f_{ij}/f_{i.}$, za svako **i** i za j = 0, 1, ..., 9. Ovaj količnik biće označen sa $\mathbf{p_{ij}}$. Na taj način dobija se tranzitivna matrica verovatnoća oblika: $P=\lfloor p_{ij}\rfloor,\quad (i,j=0,1,2,....,9)$, koja je dimenzije 10 x 10, kao i matrica **M**. Lako je pokazati da matrica **P** poseduje sledeća svojstva:

- svaki element matrice **P** ima vrednost u intervalu od 0 do 1;
- zbir elemenata matrice **P** u svakoj vrsti iznosi 1;
- bilo koji stepen matrice **P** daje novu matricu sa istim svojstvima kao i matrica **P**.

Uzet je primer od 100001 cifre i formirana je matrica prelaza cifara i sistema **Ω** oblika:



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Suma
0	1036	1060	1054	1096	1105	1049	934	795	828	956	9913
1	919	1061	1089	1086	1071	1165	1108	970	756	763	9988
2	741	924	1080	1151	1133	1064	1071	1096	981	798	10039
3	821	805	930	1064	1132	1141	1112	1051	1029	1009	10094
4	955	801	814	942	1072	1073	1157	1149	1102	1009	10074
5	1015	926	783	837	1006	1053	1041	1059	1095	1123	9938
6	1113	1103	950	802	803	952	1079	1065	1044	1031	9942
7	1075	1080	1130	1009	803	770	902	1055	1136	1051	10011
8	1157	1083	1099	1028	943	785	758	932	1061	1166	10012
9	1081	1144	1110	1079	1006	886	780	839	981	1083	9989
Suma	9913	9987	10039	10094	10074	9938	9942	10011	10013	9989	100000

Prema ranije iznetom stavu o formiranju matrice tranzitivnih verovatnoća slede i odgovarajuće deobe, pa matrica **P** za ovaj primer izgleda:

Matrica verovatnoće:

prikaži matricu: Tranzitivnu / Verovatnoće / Verovatnoće (2)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Suma
0	0.1045	0.1069	0.1063	0.1106	0.1115	0.1058	0.0942	0.0802	0.0835	0.0964	0.9999
1	0.092	0.1062	0.109	0.1087	0.1072	0.1166	0.1109	0.0971	0.0757	0.0764	0.9998
2	0.0738	0.092	0.1076	0.1147	0.1129	0.106	0.1067	0.1092	0.0977	0.0795	1.0001
3	0.0813	0.0798	0.0921	0.1054	0.1121	0.113	0.1102	0.1041	0.1019	0.1	0.9999
4	0.0948	0.0795	0.0808	0.0935	0.1064	0.1065	0.1149	0.1141	0.1094	0.1002	1.0001
5	0.1021	0.0932	0.0788	0.0842	0.1012	0.106	0.1047	0.1066	0.1102	0.113	1
6	0.1119	0.1109	0.0956	0.0807	0.0808	0.0958	0.1085	0.1071	0.105	0.1037	1
7	0.1074	0.1079	0.1129	0.1008	0.0802	0.0769	0.0901	0.1054	0.1135	0.105	1.0001
8	0.1156	0.1082	0.1098	0.1027	0.0942	0.0784	0.0757	0.0931	0.106	0.1165	1.0002
9	0.1082	0.1145	0.1111	0.108	0.1007	0.0887	0.0781	0.084	0.0982	0.1084	0.9999

6. OCENA KVALITETA SLUČAJNIH CIFARA POMOĆU STABILNOSTI MATRICE P

U ocenjivanju kvaliteta slučajnih brojeva poznati su statistički testovi pomoću kojih testiramo validnost slučajnih brojeva. Rad [5]* u svojoj osnovi bavi se navedenom problematikom testiranja slučajnih brojeva pomoću statističkih testova.

Ideja da se prezentira još jedan način provere validnosti slučajnih brojeva nastala je iz karakteristika tranzitivnih matrica verovatnoća i provere njihovih stabilnosti.

Sistem, kao što je definisan u radu, u kome su elementi slučajne cifre od 0 do 9 sa neograničenim brojem promena postaje dobar primer za primenu matrice tranzitivnih verovatnoća i ocene stabilnosti iste. Za stabilnu matricu tranzitivnih verovatnoća ima više definicija, a u radu će se uzeti ona koja je najprimerenija samom problemu, a to je sledeće: *Stabilnost jednog sistema ocenjujemo preko stepena matrice tranzitivnih verovatnoća. Sa povećanim brojem stepena za stabilnu matricu (ili stabilni sistem), matrica će posedovati iste vrste.*

Za naš slučaj, a očekujemo približno jednake vrednosti $\mathbf{p_{ij}}$, stepeni matrice tranzitivnih verovatnoća za prave slučajne brojeve postaju približno iste, što pak znači da će se sve verovatnoće u nekom n-tom stepenu matrice ponašati kao 0.1 .

Na bazi rečenog prvo stepenovanje matrice **P** biće kvadrat matrice. Za dobijenu matricu verovatnoća **P** od 100001 cifre $\mathbf{P^2}$ postaje:

Matrica verovatnoće (2):

prikaži matricu: Tranzitivnu / Verovatnoće / Verovatnoće (2)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Suma
0	0.0981	0.0991	0.0997	0.1011	0.1018	0.1008	0.1003	0.1004	0.0998	0.0994	1.0005
1	0.0982	0.0989	0.0994	0.1003	0.101	0.1006	0.101	0.101	0.1	0.0993	0.9997
2	0.0984	0.099	0.0995	0.1003	0.1004	0.0995	0.1004	0.1013	0.1013	0.1001	1.0002
3	0.0994	0.0994	0.0995	0.1001	0.1001	0.099	0.0995	0.1008	0.1013	0.1007	0.9998
4	0.1004	0.1001	0.1001	0.1	0.0997	0.0984	0.0989	0.1002	0.1011	0.1012	1.0001
5	0.1003	0.1005	0.1007	0.1003	0.1	0.0984	0.0984	0.0996	0.1006	0.1008	0.9996
6	0.1	0.1012	0.1012	0.1013	0.1002	0.0987	0.0986	0.0994	0.0995	0.0998	0.9999
7	0.099	0.1007	0.1019	0.102	0.101	0.099	0.0986	0.0994	0.0996	0.0994	1.0006
8	0.0988	0.1002	0.1014	0.1024	0.1016	0.0994	0.0986	0.0992	0.0991	0.0993	1
9	0.0982	0.0997	0.1008	0.102	0.1019	0.1002	0.0996	0.0996	0.0991	0.0989	1

* Rad je prezentiran na SYMOPIS-u 2007.

Iz rasporeda verovatnoća matrice $\mathbf{P}^2$ može se konstatovati da su verovatnoće oko 0.1, što znači da bismo za stepene višeg reda izvesno dobili veoma precizne verovatnoće od 0.1. Na ovaj način može se konstatovati da slučajni brojevi dobijeni pomoću funkcije iz programskog jezika Visual Basic predstavljaju slučajne brojeve koji se mogu bez ikakvih sumnji koristiti u raznim istraživanjima, pa i u onim sa strogim uslovima.

7. ZAKLJUČAK

Prezentirani rad ima pre svega za cilj da karakteristike tranzitivne matrice verovatnoća iskoristi za proveru kvaliteta slučajnih brojeva generisanih funkcijama u programskom jeziku. Primer koji je iznet, uz poštovanje korektnog definisanja sistema $\mathbf{\Omega}$, kao i matrice $\mathbf{M}$ i $\mathbf{P}$, može poslužiti istraživačima za ocenu kvaliteta slučajnih brojeva koji se dobijaju iz funkcija programskih jezika.

LITERATURA

(1) Cvjetićanin D., *Operaciona istraživanja*, Ekonomski fakultet, 1992.

(2) Foxall J., *Visual Basic 2005*, Kompjuter biblioteka, 2007.

(3) Norton P., *Visual Basic 6*, Izdavač originala: SAMS Publishing, 2001.

(4) Zečević T., Filipović L., *Primena slučajnih brojeva u određivanju stabilnosti sistema*, SYMOPIS 2003, Zbornik radova

(5) Zečević T., Filipović L., Zečević A., *Validnost slučajnih brojeva generisanih funkcijama u različitim programskim jezicima*, SYMOPIS 2007, Zbornik radova

TESTING RANDOM NUMBERS QUALITY BY USING PROGRAM LANGUAGE BUILT-IN FUNCTIONS THROUGH TRANSITIVE MATRIX APPLICATION

ABSTRACT

The fact that many problems in some scientific disciplines, specially in experimental sciences and problems of samples, experiment planning, modelling with numerous parameters and random variables, then simulation, solving complicated stochastic process problems with unknown elements and alike, cannot be solved without applying random numbers. Random numbers, originated from many generators, must meet a series of requirements to enable a researcher to use them with no doubt in their reliability. There are statistic tests that verify random numbers quality. Many program languages include functions generating random numbers and their generators are not known to us. Therefore, the aspect of transitive matrix „power“ will be used to evaluate the quality of random numbers.

Key Words: *Random numbers, Process characteristics, Transitive matrix, System, System conditions, Stability.*

Rajko Bukvić, Megatrend univerzitet primenjenih nauka, Beograd

NACIONALNA PROIZVODNJA I MAKROAGREGATI U STALNIM CENAMA KAO NJEN REALAN IZRAZ

REZIME

Rad se bavi problemima adekvatnosti korišćenja vremenskih serija u stalnim cenama kao „realnih" izraza odgovarajućih (ekonomskih) agregata, konkretno serija društvenog proizvoda kao „realnog" izraza ostvarene nacionalne proizvodnje. Serije društvenog proizvoda po jugoslovenskim republikama i pokrajinama za period 1959–1973, za koji jedino postoje uporedni zvanični podaci iskazani u cenama iz dveju „baznih" (1966. i 1972) godina, pokazuju da se rezultati odgovarajućih analiza značajno razlikuju kada se koriste serije s jednom u odnosu na serije s drugom „baznom" godinom. Teorijska analiza pokazuje da na veličine ovih serija utiče i ostvarena cenovna struktura iz date „bazne" godine, što značajno relativizuje ove podatke kao „realne", i ističe potrebu njihovog iskazivanja i u cenama iz neke druge „nebazne" godine. Zvanična statistika to ne daje, pa je potrebno preračunavanje postojećih serija s originalne na neoriginalnu baznu godinu. Međutim, jedan od predloženih postupaka za ovo preračunavanje, zasnovan na prevođenju implicitnih deflatora odgovarajuće serije na vrednosti jednake jedinici u novoj baznoj godini, ne rešava problem uticaja cenovne strukture iz originalne bazne godine na rezultate ovog preračunavanja. Ta preračunavanja pokazala su da preračunate serije značajno odstupaju od originalnih, što potvrđuje da se korišćenje serija u stalnim cenama kao „realnih" mora relativizovati, kao i da razmatrani postupak preračunavanja na neku drugu, „neoriginalnu", baznu godinu ne može da da dovoljno dobre rezultate.

Kao važni zaključci istaknute su potrebe da zvanična statistika uporedo prati odgovarajuće agregate u cenama iz većeg broja godina, kao i da se prelazak na novu baznu godinu obavlja u kraćim i redovnijim intervalima. Shodno tome, prilikom sledećeg prelaza na novu baznu godinu potrebno je za početak bar ne napustiti njihovo praćenje u cenama iz postojeće bazne godine za „realno" iskazane agregate.

Ključne reči: *Makroagregati, stalne cene, realni i nominalni društveni proizvod, nacionalna privreda, privredni sektori, regioni, analiza strukture i rasta.*

1. UVOD

Problemi adekvatnog obračuna ekonomske aktivnosti jedne zemlje u centru su pažnje ekonomske nauke još od vremena Vilijema Petija i njegovih prvih pokušaja obračuna narodnog dohotka Engleske[1]. Definišući „dohodak naroda" kao zbir „godišnje vrednosti rada naroda" i „godišnjeg proizvoda kapitala i bogatstva nacije", Peti je razvio tzv. obuhvatnu koncepciju društvenog proizvoda i narodnog dohotka, kao prethodnicu kasnije razvijene i u građanskoj ekonomskoj teoriji opšteprihvaćene koncepcije. Nakon Petija, istom problematikom bavili su se istaknuti predstavnici ekonomske misli, počev od Gregorija Kinga, Petijevog savremenika, zatim Pjera Boagijbera i Maršala Vobana, preko Fransoa Keneja i Adama Smita, do kasnijih i modernih autora XIX i XX stoleća. U njihovim radovima razvijen je i veći broj drugih koncepcija. Sve te koncepcije mogu se, u osnovi, ubrojati u dve ili prema nekim autorima tri velike grupe – ili u pomenutu obuhvatnu koncepciju, ili u svedenu koncepciju, ili, najzad, u kompromisnu koncepciju[2], što je podela koja se održala izuzetno dugo, i kao da je tek nedavno prevladana.

U savremenim uslovima obračunavanje ostvarene proizvodnje na nacionalnom nivou u nadležnosti je specijalizovanih državnih službi – statističkih zavoda (ureda ili slično)[3], koji se po pravilu više bave tehničkim pitanjima obračuna odgovarajućih agregata nego njihovim teorijskim razmatranjima. Teorijski problemi ovih obračuna smatraju se, u osnovi, rešenim[4], ili su predmet posebnih razmatranja odgovarajućih naučnoistraživačkih institucija, ili autorskih sagledavanja i promišljanja[5]. Naravno, na nadnacionalnom nivou, odgovarajuća tematika u nadležnosti je specijalizovanih institucija Ujedinjenih nacija.

Danas se rezultati obračuna nacionalne proizvodnje, dati u vidu nekog od makroagregata, smatraju kao „objektivno dati" i, po pravilu, ne dovode se u pitanje. Kao takvi, oni se i koriste u odgovarajućim analizama. Upravo, u mnogim oblastima ekonomskih istraživanja, uz primenu ekonometrijskih, diskriminacionih i drugih kvantitativnih metoda, kao neizostavna se pokazuje potreba za korišćenjem takvih, vrednosnih, odnosno finansijski iskazanih, agregata, najčešće društvenog proizvoda, odnosno narodnog dohotka, uz mnoge druge, kao što su investicije, lična potrošnja, osnovna sredstva i dr.

Poznato je, međutim, da zbog uticaja inflacije serije ovih agregata u nominalnom izrazu (dakle, u tekućim cenama) nisu podesne, odnosno ne mogu biti adekvatno korišćene. Ekonomisti su ovo spoznali vrlo rano, i tako je došlo do prvih preračunavanja nominalnih vrednosti u realne, da bi se isključilo dejstvo promena cena na vrednost dohotka, odnosno nekog drugog agregata. Istraživači se stoga opredeljuju za „realne" izraze tih agregata, uzimajući kao realne odgovarajuće agregate iskazane u stalnim cenama, dakle u cenama iz neke („bazne") godine. Takvo je, uostalom, i stanovište zvanične ekonomske nauke[6], a

[1] W. Petty, *Verbum Sapienti*, *The Economic Writings of Sir William Petty, vol. 1* [1662], Cambridge University Press, 1899. Delo *Verbum Sapienti* objavljeno je prvi put 1691, kao dodatak Petijevoj *Political Anatomy of Ireland*.

[2] Videti: I. Friščić, *Društveni proizvod i njegove komponente*, Beograd, 1964.

[3] Zahtev za uspostavljanje jedne vladine agencije koja bi redovno prikupljala i objavljivala podatke o društvenom proizvodu i narodnom dohotku postavio je poznati francuski hemičar (i ekonomist) Antoan Lavoazje, i to gotovo dva veka pre nego što je ta ideja u praksi realizovana.

[4] Metodologiju za obračun društvenog proizvoda i narodnog dohotka u (bivšoj) Jugoslaviji izradio je 1952. godine Savezni zavod za statistiku (*Metodologija za obračun narodnog dohotka u 1954. godini*, Metodološki materijali 61, Beograd, 1955) i ona je usvojena 1955. Teorijske i metodološke osnove obračuna ostale su tokom celog potonjeg perioda, uz izvesne manje promene i prilagođavanja, u suštini neizmenjene.

[5] I naša metodologija obračuna društvenog proizvoda i narodnog dohotka usvojena je nakon obimne rasprave koja je trajala nekoliko godina, a produžila se i posle toga u uglednim ekonomskim časopisima. (Videti, na primer, radove A. Bajta i B. Horvata u časopisu *Ekonomist* u 1956. i 1957. godini.)

[6] Videti, na primer: M. Burda i Č. Viploš, *Makroekonomija: evropski udžbenik*, Beograd, 2004, str. 22. i dalje.

nacionalne statistike, pa i naša, eksplicitno slede to shvatanje. Trenutno, naša zvanična statistika prati ovakve agregate u cenama iz 1994[7], pa istraživači kao „realne" koriste vremenske serije ovih agregata u cenama iz te godine, ne upuštajući se u (ne)ispravnost takvog izbora.

Postavlja se, međutim, pitanje koliko su ovako iskazani agregati, pa i društveni proizvod, u cenama iz jedne godine doista realni, i u kojoj su meri odgovarajuće analize i rezultati koji se na osnovu toga dobijaju objektivni i prihvatljivi. Jedan od aspekata ovog, svakako veoma značajnog, problema biće obrađen u narednom izlaganju.

2. „NOMINALNI" I „REALNI" MAKROEKONOMSKI AGREGATI

Posmatrajmo dve serije jednog makroekonomskog agregata (recimo, društvenog proizvoda, kao najčešće korišćenog u našoj dosadašnjoj praksi), kojima raspolažemo: Y(t) i $Y^b(t)$, gde je sa Y označen nominalni društveni proizvod (društveni proizvod u tekućim cenama), a sa Y^b društveni proizvod u stalnim cenama (iz godine b), a t predstavlja godine. Odgovarajuće serije bile su raspoložive (ali ne za ceo period nakon Drugog svetskog rata) u našim uslovima za Jugoslaviju i republike i pokrajine za privredu ukupno, te za privredne oblasti i privredne grane (u industriji).

Ove serije izrazićemo na sledeći način, i to za nacionalnu privredu u celini:

$$Y_R(t)\ ,\ t \in \langle t_0, t_1, \dots, t_n \rangle \tag{1}$$

$$Y_R^b(t)\ ,\ t \in \langle t_0,\ t_1, \dots, t_n \rangle \tag{2}$$

i za prve, niže nivoe dezagregiranja:

$$Y_i(t)\ ,\ i \in \langle 1, 2, \dots, i_m \rangle,\ t \in \langle t_0, t_1, \dots, t_n \rangle \tag{3}$$

$$Y_i^b(t)\ ,\ i \in \langle 1, 2, \dots, i_m \rangle\ t \in \langle t_0, t_1, \dots, t_n \rangle \tag{4}$$

gde je indeks R oznaka za reper (celu, nacionalnu privredu) i odnosi se na privredne sektore, pri čemu je i_m broj sektora (elemenata) privredne strukture (broj privrednih oblasti, odnosno broj grana), ili broj regionalnih jedinica u narodnoj privredi, dok eksponent b označava baznu godinu (godinu u čijim cenama su izraženi odgovarajući agregati kao realne veličine) i on, po pravilu, pripada skupu $\langle t_0, t_1, \dots, t_n \rangle$.

Jasno je da je

$$Y_R(t) = \sum_{i=1}^{im} Y_i(t) \tag{5}$$

i

[7] Nakon Drugog svetskog rata više puta je naša zvanična statistika menjala baznu godinu za obračun agregata u stalnim cenama. Pri tome je njihovo izražavanje u prethodnim baznim cenama napuštano. Zanimljivo je da na posledice koje iz toga proističu u stručnoj literaturi nije skretana pažnja. Izuzetkom možemo smatrati rad Vremenske serije u stalnim cenama i problem prelaska na neoriginalnu baznu godinu. (*Ekonomska misao*, br. 4, 1992. g.)

$$Y_R^b(t) = \sum_{i=1}^{im} Y_i^b(t) \ . \qquad (6)$$

Ako se zadržimo na proizvodnom metodu obračuna odgovarajućeg agregata[8], onda se izrazi (1) i (3) dobijaju kao suma umnožaka tekućih količina (proizvoda) s i njihovih tekućih cena

$$Y(t) = \sum_{s=1}^{m} q_s(t) \cdot p_s(t) \qquad (7)$$

a izrazi (2) i (4) kao suma umnožaka tekućih količina (proizvoda) s i njihovih stalnih cena (cena iz jedne, „bazne" godine)[9]

$$Y^b(t) = \sum_{s=1}^{m} q_s(t) \cdot p_s(b) \qquad (8)$$

gde je, udobnosti radi, uz Y odnosno Y^b, kao i uz q i p, izostavljen odgovarajući indeks R odnosno i.

Po definiciji je

$$DY_R^b(t) = \frac{Y_R(t)}{Y_R^b(t)} \qquad (9)$$

odnosno

$$DY_i^b(t) = \frac{Y_i(t)}{Y_i^b(t)} \qquad (10)$$

gde je $DY_R^b(t)$, odnosno $DY_i^b(t)$ implicitni deflator društvenog proizvoda repera (cele privrede), odnosno i-tog elementa privredne strukture (privredne oblasti, odnosno grane i) u godini t, za bazu u godini b. Očigledno je da su za t = b odgovarajući deflatori jednaki jedinici. Deflatori društvenog proizvoda koriste se, uz ostalo, i kao pogodna mera inflacije, pri čemu se, kao aproksimativna ocena stope inflacije, uzima razlika stopa rasta nominalnog i realnog društvenog proizvoda (tj. društvenog proizvoda u stalnim cenama).[10]

---

8 U obračunu društvenog proizvoda, i narodnog dohotka, statistika koristi tri metoda: proizvodni (ili realni), lični (ili dohodni) i rashodni, praktično sumirajući proizvodnju, dohotke ili rashode. I naša statistika koristi, naravno, ove metode (videti: *Metodologija za obračun narodnog dohotka u 1954. godini*, Metodološki materijali 61, Beograd, 1955, str. 19). Među njima, proizvodni metod je osnovni, dok su druga dva ograničenog dometa.

9 Naravno, date formule ne znače da se obračun društvenog proizvoda izvodi doslovnim množenjem i zbrajanjem *svih* proizvoda i njihovih cena, jer bi to i praktično bilo nemoguće, s obzirom na ogroman broj proizvoda koji postoje, a da ne govorimo o varijacijama (kvalitet i neke druge karakteristike) u okviru istih ili srodnih proizvoda.

10 Videti: M. Burda i Č. Viploš, *Makroekonomija: evropski udžbenik*, Beograd, 2004, str. 23. i dalje. Teorijska razmatranja prednosti upotrebe implicitnih deflatora društvenog proizvoda kod nas su dali, na primer, M. Stanišić i D. Stanišić u: *Osnovni faktori inflacije u Jugoslaviji*, Beograd, 1986, str. 35. i dalje.

Poznato je da, zbog promena klasifikacije delatnosti, a verovatno i drugih razloga, nisu postojale preračunate vremenske serije društvenog proizvoda na svim nivoima agregacije (za privredne grane, kako za Jugoslaviju, tako i za republike i pokrajine) u celom posleratnom periodu, tako da se na nivou privrednih oblasti i grana raspolaže uporedivim serijama u stalnim i tekućim cenama za period od 1971. pa nadalje, i to preračunatim na cene iz 1972. godine. Pored toga, baza za izražavanje agregata u stalnim cenama nekoliko je puta menjana, počev od prvog obračuna vrednosti proizvodnje u stalnim cenama koji je izveden 1960. (bazne godine za ove obračune za vreme postojanja SFRJ bile su 1956, 1960, 1966, 1972)[11], pri čemu je, s prelaskom na novu baznu godinu, obračunavanje u prethodnoj bazi dosta brzo napuštano, a preračuni u novoj bazi nisu se „vraćali" na ranije godine. Zbog toga postoji mali broj godina za koje su raspoloživi podaci o društvenom proizvodu u stalnim cenama iz dve bazne godine, barem kada su u pitanju niži nivoi agregacije. Jedan od takvih, relativno dužih, perioda odnosi se na period od 1959. do 1973[12], i ta dvostruka serija biće iskorišćena za naredna istraživanja.

U ovom radu opredelili smo se za serije društvenog proizvoda za Jugoslaviju i republike i pokrajine[13], što naravno ništa ne menja na rezultatima, odnosno na zaključcima koji bi bili dobijeni i da smo koristili podatke za privredne sektore. Originalni podaci o društvenom proizvodu za Jugoslaviju i po republikama i pokrajinama u cenama iz 1966. i 1972. godine, kao i odgovarajući podaci u tekućim cenama, mogu se pronaći u zvaničnim publikacijama statistike i njima nećemo opterećivati ovaj tekst.

3. „REALNI" AGREGATI U FUNKCIJI ANALIZE STRUKTURE I RASTA

Analize zasnovane na korišćenju makroekonomskih agregata služe, između ostalog, za sagledavanje strukture i rasta nacionalne privrede, odnosno njenih pojedinih delova – sektora ili regiona. I u jednom i u drugom od navedenih domena kao podesnije se preporučuju analize zasnovane na „realnim" izrazima ostvarene proizvodnje, dakle na društvenom proizvodu iskazanom u stalnim cenama. Pogledajmo šta se dešava kada se za navedene potrebe koriste serije „realnog" društvenog proizvoda.

---

[11] Bilo je i drugih obračuna makroagregata koji zaslužuju pažnju. Tako je S. Stajić u više radova (Jedan metod izračunavanja realnog nacionalnog dohotka, *Ekonomist*, br. 1, 1956; Realni nacionalni dohodak Jugoslavije u periodima 1926–1939. i 1947–1956, *Ekonomski problemi*, Zbornik radova, Beograd, 1957; *Nacionalni dohodak Jugoslavije 1923–1939, u stalnim i tekućim cenama*, Beograd, 1959) rekonstruisao nacionalni dohodak Jugoslavije iz godina pre Drugog svetskog rata, obuhvatajući i period zaključno sa 1956, pri čemu je bazna godina za stalne cene bila 1938. Ovi radovi s aspekta naše teme nisu relevantni.

[12] U zvaničnim publikacijama (Statistički godišnjak Jugoslavije za 1975) dati su i podaci o društvenom proizvodu u cenama iz 1966. za 1974, ali kao prethodni, dok konačni rezultati nisu publikovani. Ove podatke nismo uzeli u obzir u daljim razmatranjima.

[13] Primer nije samo ilustrativan, već ima i veliki praktičan značaj u analizama odnosa između jugoslovenskih republika (i pokrajina) u jednom krajnje osetljivom periodu postojanja i razvoja jugoslovenske federacije. Podsetimo se, bez detaljnijeg razmatranja, da je tokom šezdesetih godina došlo do promene ustava, ukidanja Opšteg investicionog fonda, pokretanja pa zaustavljanja privredne reforme, kao i mnogih drugih izuzetno značajnih događaja i procesa. Mnogi od njih imali su u osnovi otvorenu ili prikrivenu problematiku odnosa između republika (i pokrajina).

Struktura društvenog proizvoda nacionalne privrede određuje se, naravno, jednostavno – preko učešća pojedinih njenih delova (sektora ili regiona) u ukupnom društvenom proizvodu, odnosno nekom drugom agregatu:

$$\omega_i(t) = \frac{Y_i(t)}{Y_R(t)} \tag{11}$$

odnosno

$$\omega_i^b(t) = \frac{Y_i^b(t)}{Y_R^b(t)} \tag{12}$$

s već objašnjenim značenjem korišćenih simbola.

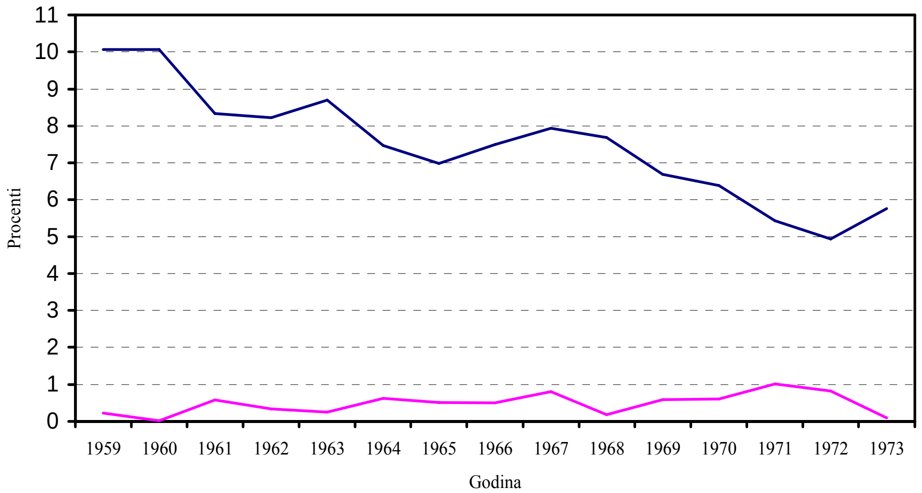
Tabela 1. *Struktura društvenog proizvoda Jugoslavije po republikama i pokrajinama*
stalne cene iz 1966. i 1972. i tekuće cene

Godina	Cene	BIH	CGO	HRV	MAK	SLO	SRB	UPS	KIM	VOJ
1959.	1966.	12,9	1,5	25,9	4,9	13,6	41,2	26,6	2,0	12,6
	1972.	13,1	1,6	26,3	4,8	14,6	39,6	26,3	2,0	11,3
	tekuće	13,5	1,4	26,6	4,6	15,7	38,2	25,0	2,1	11,1
1960.	1966.	13,0	1,6	26,8	5,0	14,7	38,9	25,1	1,9	12,0
	1972.	13,4	1,6	26,8	4,8	15,5	37,9	25,2	1,9	10,8
	tekuće	13,6	1,4	26,8	4,4	16,4	37,3	24,6	1,8	10,8
1961.	1966.	12,9	1,9	27,1	4,8	15,1	38,3	25,3	1,9	11,1
	1972.	13,1	1,9	27,2	4,7	16,0	37,1	25,1	1,8	10,2
	tekuće	13,1	1,8	27,3	4,8	16,6	36,4	24,1	1,8	10,5
1962.	1966.	12,3	1,7	26,9	4,8	15,2	39,0	25,6	1,9	11,6
	1972.	12,6	1,8	27,0	4,6	16,2	37,7	25,3	1,8	10,6
	tekuće	12,7	1,8	27,3	4,9	16,2	37,2	24,3	1,8	11,1
1963.	1966.	12,3	1,8	26,7	5,0	15,2	39,1	25,5	1,8	11,8
	1972.	12,7	1,8	26,7	4,9	16,1	37,8	25,3	1,8	10,7
	tekuće	12,5	1,8	27,1	5,4	16,0	37,3	24,2	1,8	11,3
1964.	1966.	12,1	1,8	26,1	5,9	14,9	39,1	25,3	2,0	11,8
	1972.	12,6	1,9	26,2	5,7	15,8	37,8	24,9	2,0	10,9
	tekuće	12,3	1,8	26,4	5,6	15,9	38,0	24,6	2,0	11,4
1965.	1966.	12,3	1,9	26,4	5,3	14,9	39,2	25,3	2,1	11,8
	1972.	12,9	2,0	26,5	5,2	15,6	37,9	24,8	2,0	11,0
	tekuće	12,4	1,8	26,6	5,4	15,1	38,6	24,5	2,1	12,0
1966.	1966.	12,4	1,8	26,3	5,4	14,5	39,7	25,4	2,1	12,1
	1972.	12,9	1,9	26,4	5,2	15,2	38,3	25,0	2,1	11,2
	tekuće	12,4	1,8	26,3	5,4	14,5	39,7	25,4	2,2	12,1
1967.	1966.	11,9	1,8	26,5	5,5	14,7	39,6	25,4	2,2	12,0
	1972.	12,5	1,9	26,7	5,4	15,4	38,1	24,9	2,1	11,1
	tekuće	11,7	1,8	26,6	5,4	14,7	39,7	25,8	2,2	11,7
1968.	1966.	12,1	1,9	26,9	5,3	15,0	38,8	25,2	2,0	11,5
	1972.	12,6	1,9	26,9	5,4	15,8	37,3	24,7	2,0	10,6
	tekuće	11,8	1,9	27,0	5,3	15,4	38,6	25,6	2,0	10,9

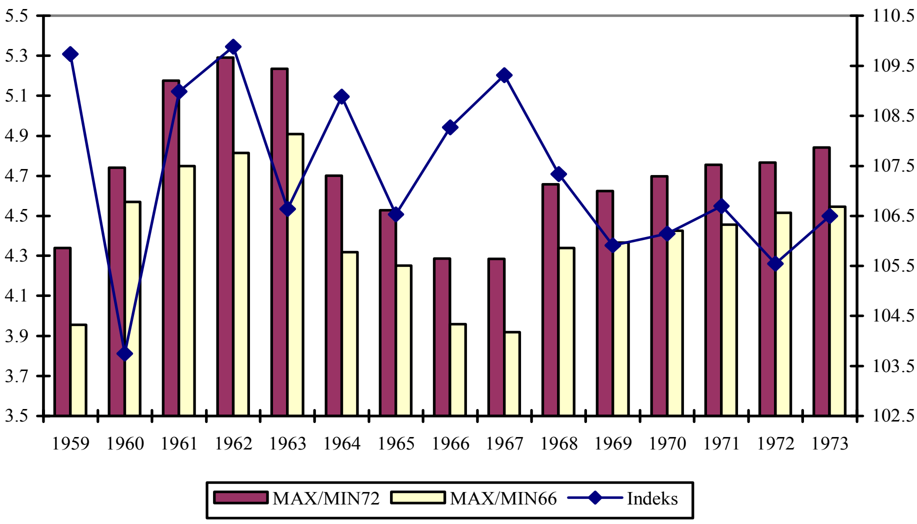
Godina	Cene	BIH	CGO	HRV	MAK	SLO	SRB	UPS	KIM	VOJ
1969.	1966.	11,9	1,9	26,3	5,4	15,1	39,4	25,8	2,0	11,6
	1972.	12,5	1,9	26,4	5,5	15,8	37,9	25,1	2,0	10,8
	tekuće	11,9	1,9	26,6	5,3	15,5	38,8	25,7	2,0	11,1
1970.	1966.	11,7	1,9	26,6	5,6	15,7	38,5	25,4	2,1	11,0
	1972.	12,3	2,0	26,8	5,6	16,3	37,0	24,7	2,0	10,3
	tekuće	12,2	2,0	27,1	5,1	16,3	37,3	24,8	2,0	10,5
1971.	1966.	11,7	1,8	26,5	5,8	15,5	38,7	25,2	2,0	11,5
	1972.	12,2	1,9	26,8	5,5	16,2	37,3	24,5	2,0	10,8
	tekuće	12,2	1,9	26,9	5,3	16,0	37,7	24,6	2,0	11,2
1972.	1966.	11,9	1,9	26,1	5,8	15,6	38,7	25,6	2,0	11,1
	1972.	12,3	1,9	26,4	5,6	16,4	37,4	24,8	2,0	10,6
	tekuće	12,3	1,9	26,4	5,6	16,4	37,4	24,8	2,0	10,6
1973.	1966.	11,8	1,8	25,7	5,9	15,8	38,9	25,5	2,0	11,4
	1972.	12,3	1,9	26,2	5,7	16,6	37,5	24,7	2,0	10,7
	tekuće	12,1	1,8	26,5	5,7	16,2	37,8	24,6	2,1	11,1

U tabeli 1. dati su rezultati ovako određenih struktura društvenog proizvoda Jugoslavije po republikama i pokrajinama, dobijeni korišćenjem navedenih podataka, pri čemu su za podatke u stalnim cenama korišćene obe bazne godine, i 1966. i 1972.

Kao što se vidi u tabeli 1, razlike u učešću republika i pokrajina u društvenom proizvodu Jugoslavije postoje ne samo kada se porede učešća u stalnim cenama (iz bilo koje od dve bazne godine) i tekućim cenama, već i između samih ovih učešća izračunatih prema stalnim cenama iz navedenih baznih godina. Pri tome, te razlike nisu ni u kom slučaju male, pogotovu ne zanemarljive. Njihovu pravu veličinu pokazuje grafikon 1, u kome su predstavljene maksimalne i minimalne razlike u tim učešćima izražene kao relativan odnos odgovarajuće razlike (date kao apsolutna vrednost) i odgovarajuće veće vrednosti od dvaju učešća. Kako se vidi, maksimalna ovako iskazana razlika kreće se u rasponu od nešto ispod 5 pa do preko 10 procenata, što se zaista nikako ne može smatrati za malo.



***Grafikon 1.** Maksimalne i minimalne relativne razlike učešća republika i pokrajina u društvenom proizvodu Jugoslavije u cenama iz 1966. i 1972. godine.*



***Grafikon 2.** Rasponi (količnici) maksimalnog i minimalnog društvenog proizvoda po stanovniku, u cenama 1966. i 1972, i indeks njihovog odnosa*

Naravno, analize zasnovane na strukturnim brojevima i odnosima po pravilu se ne završavaju jednostavnim određivanjima struktura poput navedenih. Strukturni brojevi mogu se koristiti za različite namene, a u analizama regionalnih odnosa jedna od njih je i raspon odgovarajućeg agregata – društvenog proizvoda, relativizovanog brojem stanovnika, između regionalnih jedinica posmatranja, odnosno u našim uslovima republika i pokrajina. Ovaj raspon, koji se principijelno može izraziti na dva načina, naime kao jednostavan odnos maksimalne i minimalne vrednosti ovakvog relativizovanog pokazatelja, ili pak kao strukturni koeficijent, ili indeks, u odnosu na prosečnu vrednost pokazatelja za Jugoslaviju, vrlo često je korišćen kao izraz razlika koje postoje (i povećavaju se) tokom razvoja Jugoslavije nakon Drugog svetskog rata[14]. I ovde su, jasno, kao podesniji korišćeni podaci o odgovarajućem agregatu u stalnim cenama.

Pogledajmo stoga, na istim podacima o društvenom proizvodu u stalnim cenama iz 1966. i 1972. godine, kako se kretao raspon maksimalne i minimalne vrednosti društvenog proizvoda po stanovniku tokom posmatranog perioda 1959–1973. Odgovarajuće rezultate prikazuje grafikon 2, na kome su pored navedenih raspona dati i njihovi odnosi, u vidu odgovarajućeg indeksa

$$I = \frac{max\left\langle Y_i^{72} \right\rangle / min\left\langle Y_i^{72} \right\rangle}{max\left\langle Y_i^{66} \right\rangle / min\left\langle Y_i^{66} \right\rangle} \cdot 100 \tag{13}$$

što prikazuju linija na grafikonu i njoj odgovarajuća osa na desnoj strani grafikona. Iako na prvi pogled serije samo prate jedna drugu, pri čemu su rasponi dobijeni na osnovu cena iz 1972. godine izraženiji, prikazani indeksi kao razlike između vrednosti odgovarajućih raspona pokazuju da između dveju serija ipak ne postoji tako jednostavan odnos. Raspon samog indeksa (od 103,7 do 109,9) i njegove varijacije tokom godina potvrđuju da promenom baze nije izvršena samo jednostavna translacija uspostavljenih odnosa duž y ose, dakle prema vrednosti odnosa maksimuma i minimuma odgovarajućih serija, čak i bez obzira što je (obični, dakle linearni) koeficijent korelacije između ovih dveju serija dosta visok (0,97).

Jasno je da se različiti zaključci mogu izvući ako se kaže da se razlika između „najrazvijenijeg” i „najnerazvijenijeg” regiona povećala sa 3,96 na 4,55 odnosno za 15% (kako pokazuju podaci iskazani u cenama iz 1966), nego ako se kaže da se razlika povećala sa 4,34 na 4,84 odnosno za 11,6% (kako pokazuju podaci iskazani u cenama iz 1972. godine).[15]

Kako je već naglašeno, drugi domen u kome se koriste serije makroagregata u stalnim cenama kao „realni” iskazi odgovarajućih promenljivih jeste analiza rasta. Pri tome se, čak, smatra da dinamičke analize u ovom smislu, dakle analize rasta, i ne mogu adekvatno da se vrše drugačije nego upravo preko agregata u stalnim cenama. Pogledajmo stoga na istim podacima kakvi se rezultati dobijaju primenom „realnih” vrednosti društvenog proizvoda. Osnovni rezultati dati su u tabeli 2.

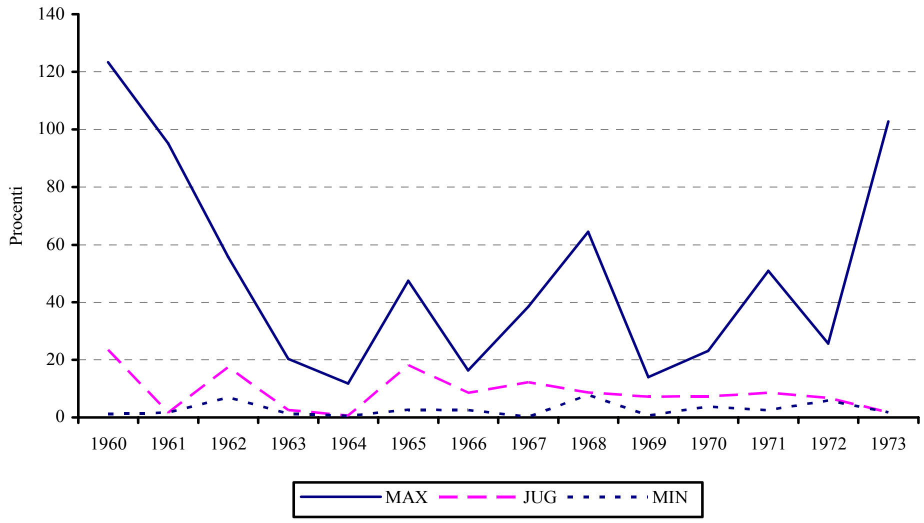
---

[14] Na primer: „Uzimajući za primer Jugoslaviju može se konstatovati da je 1947. godine, služeći se cenama iz 1960. godine, odnos između najrazvijenijeg i najmanje razvijenog regiona bio 3,3:1, dok se taj raspon tokom posleratnog razvoja povećao na 5,1:1 u 1967. godini (mereno na osnovu per capita dohotka).” (К. Михаиловић, *Актуелна питања неразвијених подручја Југославије*, Београд, 1970, str. 85.)

[15] Ovde ne želim da zalazim u problem namernog izbora (pot)perioda ili sličnih manipulacija do kojih bi moglo da dođe „podesnim” izborom perioda ili bazne godine. Sredina ovde posmatranog perioda pružila bi za tako nešto dobar podsticaj – upravo u tom periodu uz smanjenje ovako izraženog raspona između maksimalne i minimalne vrednosti datog pokazatelja ostvaren je i jedan od lokalnih maksimuma u seriji indeksa između odgovarajućih vrednosti.

***Tabela 2**. Stope rasta društvenog proizvoda Jugoslavije i republika i pokrajina*
stalne cene 1966. i 1972.

Godina	Baza	JUG	BIH	CGO	HRV	MAK	SLO	SRB	UPS	KIM	VOJ
1960.	1966.	5,84	6,79	11,20	9,42	8,25	14,28	0,02	-0,34	-1,11	0,95
	1972.	7,62	9,52	12,49	9,87	7,22	14,46	2,84	2,78	4,76	2,65
1961.	1966.	5,66	4,42	24,65	6,66	3,00	8,65	3,81	6,72	4,58	-2,38
	1972.	5,75	3,72	21,63	7,40	2,63	9,38	3,53	5,47	0,22	-0,41
1962.	1966.	4,16	-0,39	-2,49	3,68	3,79	4,77	6,16	5,16	3,32	8,93
	1972.	3,44	-0,49	-1,10	2,71	2,47	4,31	5,34	4,38	2,02	8,30
1963.	1966.	12,41	12,20	14,60	11,21	17,28	12,23	12,68	12,26	10,10	14,01
	1972.	12,09	12,37	14,38	10,80	18,16	11,46	12,33	11,99	12,68	13,10
1964.	1966.	11,51	10,34	15,81	9,09	30,28	9,66	11,63	10,64	24,67	11,77
	1972.	11,43	10,75	17,67	9,43	30,10	9,36	11,24	9,65	21,78	13,20
1965.	1966.	1,55	3,09	4,14	2,79	-7,97	1,15	1,70	1,42	2,73	2,11
	1972.	1,89	4,34	2,90	3,02	-7,76	0,60	2,23	1,73	4,43	3,00
1966.	1966.	8,54	8,88	4,77	8,12	8,99	5,88	9,84	9,04	13,71	10,89
	1972.	7,81	8,23	5,11	7,38	9,23	5,48	8,86	8,35	11,47	9,53
1967.	1966.	2,57	-0,93	2,59	3,45	4,45	3,70	2,41	2,39	4,72	2,06
	1972.	2,26	-1,07	2,18	3,44	5,02	3,37	1,75	1,83	3,40	1,27
1968.	1966.	4,01	5,63	5,62	5,51	1,35	6,79	1,79	3,42	-3,56	-0,67
	1972.	3,67	4,60	5,16	4,50	3,80	6,26	1,63	3,00	-2,27	-0,73
1969.	1966.	10,40	8,00	11,07	7,86	12,34	11,05	12,38	13,17	10,36	11,00
	1972.	9,65	8,59	10,34	7,57	10,98	9,50	11,36	11,41	10,29	11,44
1970.	1966.	6,07	4,98	8,17	7,39	9,08	10,05	3,48	4,38	8,60	0,56
	1972.	5,63	3,83	7,86	6,96	8,39	9,44	3,19	3,99	7,75	0,46
1971.	1966.	8,82	8,35	4,47	8,41	13,85	7,17	9,42	7,81	6,41	13,73
	1972.	8,07	7,30	3,99	8,10	6,80	7,41	9,02	7,15	6,09	14,09
1972.	1966.	4,57	5,96	7,88	2,94	4,30	5,80	4,65	6,04	4,41	1,66
	1972.	4,26	5,37	5,85	2,77	5,10	5,15	4,36	5,41	4,92	1,89
1973.	1966.	5,02	4,72	2,94	3,56	7,10	6,15	5,43	4,62	5,45	7,27
	1972.	4,93	4,45	-0,08	3,97	6,37	6,34	5,20	4,79	4,69	6,26



Grafikon 3. *Maksimalne i minimalne relativne razlike stopa rasta društvenog proizvoda republika i pokrajina u cenama iz 1966. i 1972. godine*

Kao što se vidi, i ovde su razlike između dveju serija podataka, između stopa rasta obračunatih na osnovu podataka o društvenom proizvodu u stalnim cenama iz 1966. i iz 1972. godine, vrlo izražene. U pojedinim slučajevima čak se kod iste jedinice posmatranja u istoj godini prema jednoj seriji dobija porast društvenog proizvoda a prema drugoj pad. Budući da su to, ipak, sporadični slučajevi (ali samim tim i ne manje zanimljivi i značajni), pažnju privlači drugi rezultat – u okviru parova odgovarajućih podataka (stopa rasta) postoje izuzetno velike razlike. Primenjujući isti metodološki postupak kao i kod analize podataka o učešću republika i pokrajina u društvenom proizvodu Jugoslavije, naime određujući maksimalne i minimalne razlike odgovarajućih stopa rasta i zatim njihovu relativnu veličinu u odnosu na veću od dveju stopa, dobili smo rezultate date na grafikonu 3. Kako se vidi, relativne razlike određene na ovaj način u pojedinim godinama veće su od odgovarajućih stopa rasta (i to od veće u okviru odgovarajućeg para). U pitanju su, naravno, pomenuti slučajevi kada odgovarajuće stope rasta imaju različit predznak u različitim serijama. Jasno, još veće razlike dobile bi se poređenjem s manjom umesto s većom stopom u okviru odgovarajućeg para vrednosti stopa rasta. Normalno je, međutim, da nije bitna sama apsolutna veličina odgovarajuće razlike, zbog čega se i prikazani rezultati mogu smatrati dovoljno ilustrativnim i značajnim.

Naravno, pored ovih razlika značajno je istaći i razlike u stopama rasta koje u ovim dvema serijama postoje na nivou cele nacionalne privrede (Jugoslavije). Te razlike se u nekim godinama kreću oko (relativnog) nivoa od 20%, što se zaista ne može smatrati za malo. I što samo po sebi postavlja logično pitanje – koje se stope rasta od navedenih mogu smatrati za realne?

Očigledno je, dakle, da vremenske serije u stalnim cenama ne mogu da zadovolje potrebe analize ni u jednom ni u drugom slučaju, dakle ni u analizi strukture u okvirima nacionalne privrede, ni u analizi rasta nacionalne privrede i njenih pojedinih delova. Jasno je stoga da te serije ne mogu biti smatrane za „realne”. To ujedno znači da je za realno iskazivanje odgovarajućih agregata (u ovom slučaju društvenog proizvoda) potrebno tražiti druga rešenja. Postavlja se pitanje da li se ta rešenja mogu tražiti u okviru onoga što nudi zvanična statistika, dakle u okviru serija društvenog proizvoda (odnosno, nekog drugog agregata) u stalnim i tekućim cenama. U traženju odgovora na ovo pitanje pogledajmo najpre kakav uticaj ima originalna bazna godina na vremenske serije u stalnim cenama.

4. UTICAJ PROIZVODNE I CENOVNE STRUKTURE IZ ORIGINALNE BAZNE GODINE

Zadržavajući se na serijama (1)–(4), koje se mogu predstaviti kao nekvadratne matrice $Y_i^b(t)$ i $Y_i(t)$, dinamički posmatrano (među)sektorsko, odnosno (među)regionalno, kretanje cena u periodu (t_0,t_n) uticaće na različitu sektorsku, odnosno regionalnu strukturu raspodele društvenog proizvoda, odnosno na promene u ovoj strukturi tokom vremena. Kao najjednostavniji izraz uspostavljenih struktura, odnosno tih promena, može se uzeti razlika učešća pojedinog sektora (ili regiona) u društvenom proizvodu Jugoslavije (dakle, regiona-repera, ili sektora-repera) u tekućim i stalnim cenama, što se može izraziti razlikom[16]

$$\Delta_i^b(t) = \omega_i(t) - \omega_i^b(t) = \frac{Y_i(t)}{Y_R(t)} - \frac{Y_i^b(t)}{Y_R^b(t)} \tag{14}$$

ili količnikom[17]

$$\Delta_i^b(t) = \frac{\omega_i(t)}{\omega_i^b(t)} = \frac{Y_i(t)/Y_R(t)}{Y_i^b(t)/Y_R^b(t)} \tag{15}$$

pri čemu će u prvom slučaju (prema izrazu 14) poboljšanje, odnosno uopšte povoljan položaj, u okviru cele privrede, za svaki sektor (region) predstavljati pozitivna razlika, a u drugom slučaju (kod izraza 15) količnik veći od jedinice (ili od sto, ako se izrazi kao indeks), jer će pokazivati da dati sektor (region) bolje prolazi u ukupnom kretanju cena, odnosno da su njegove relativne cene[18] veće od relativnih cena drugih sektora (regiona),

---

[16] Ovaj postupak primenjivali su Institut društvenih nauka, u analizi relativnih cena i strukturnih promena u privredi početkom 80-tih godina XX veka (P. Vasić; M. Jamnik; M. Šojić; B. Bošković, *Sistem robne privrede, tržište i cene*, Beograd, 1981), i Č. Ocić, u analizama regionalnih razlika (videti: Č. Ocić, *Razvijenost jugoslovenskih republika i pokrajina od 1950. do 1984. godine*, Beograd, 1986; Č. Ocić, *Nacionalna ravnopravnost i regionalni razvoj*, Beograd, 1986; Č. Ocić, *Kvantifikacija tendencija preraspodele društvenog proizvoda između republika i pokrajina od 1952. do 1987. godine*, Beograd, 1988).

[17] Navedeni postupak koristili su B. Marendić i D. Stanišić, početkom sedamdesetih godina. (Videti: B. Marendić i D. Stanišić, *Akumulativnost privrede Jugoslavije. Aspekti formiranja i alokacije sredstava za razvoj*, Beograd, 1973. g.) Kasnije je ovaj metod korišćen od strane planskih organa SR Srbije.

[18] Pod relativnim cenama podrazumeva se odnos indeksa cena datog sektora (količnik društvenog proizvoda sektora u tekućim i u stalnim cenama) i indeksa cena cele privrede (količnik društvenog proizvoda cele privrede u tekućim i u stalnim cenama), koji se svodi na odnos učešća datog sektora u društvenom proizvodu

odnosno od prosečnih cena u celoj privredi.

Tako, opredeljujući se za izraz (13) možemo da formiramo matricu Δ, s elementima koji pokazuju relativne dobitke odnosno gubitke svakog od sektora (ili regiona) u nacionalnoj (jugoslovenskoj) privredi, proistekle po osnovu (neravnomernog) kretanja cena po sektorima, odnosno po regionima.

Kako iz (10) sledi

$$Y_i(t) = DY_i^b(t) \cdot Y_i^b(t) \tag{16}$$

razlika (14) može se dalje izraziti kao

$$\Delta_i^b(t) = \frac{Y_i^b(t) \cdot DY_i^b(t)}{Y_R^b(t) \cdot DY_R^b(t)} - \frac{Y_i^b(t)}{Y_R^b(t)} = \frac{Y_i^b(t)}{Y_R^b(t)} \cdot \left[\frac{DY_i^b(t)}{DY_R^b(t)} - 1 \right] \tag{17}$$

odnosno

$$\Delta_i^b(t) = \omega_i^b(t) \cdot \left[\frac{DY_i^b(t)}{DY_{yu}^b(t)} - 1 \right] \tag{18}$$

Analogno izvedenom izrazu (18), polazeći od (10), dobija se i izraz

$$\Delta_i^b(t) = \omega_i(t) \cdot \left[1 - \frac{DY_i^b(t)}{DY_R^b(t)} \right] . \tag{19}$$

Iz (19) vidimo da je relativni položaj nekog sektora (regiona), u odnosu na baznu godinu b, u svakoj od posmatranih godina ($t \in \langle t_0, \ldots, t_n \rangle$) određen ne samo njegovim učešćem u društvenom proizvodu repera u godini t izraženim u tekućim cenama, a što može sa svoje strane biti rezultat (različitog) kretanja cena ili promena u obimu proizvodnje, između sektora (regiona), već i odnosima implicitnih deflatora (izraženih prema cenama u baznoj, b godini), a u kojima je sadržan i uticaj nivoa cena iz te, bazne godine, pa prema tome i ostvarene cenovne strukture (po sektorima, ili regionima) u toj godini. S aspekta naše teme u ovom radu, to je izuzetno važan rezultat. Analogno se može protumačiti i dobijeni rezultat (18).

5. PREVOĐENJE VREMENSKIH SERIJA NA NEORIGINALNU BAZNU GODINU

Iz prethodnih razmatranja sledi značajno pitanje: koliko su vrednosti u ovoj matrici Δ, tj. vrednosti date izrazom (18), rezultati kretanja regionalnih (ili sektorskih) cena u posmatranom periodu, a koliko ostvarene (regionalne ili sektorske) cenovne strukture u „baznoj” b godini, i shodno tome koliko je sama ta b godina podesna kao „bazna” za izražavanje vrednosnih agregata u stalnim cenama?

---

cele privrede u tekućim i u stalnim cenama, a što upravo i izražava obrazac (15) u tekstu. (Uporediti: B. Marendić i D. Stanišić, *Ibid*, str. 49.)

Tačan odgovor na ovo pitanje mogli bismo dobiti kada bismo raspolagali vremenskim serijama društvenog proizvoda u cenama i iz neke druge godine, što podrazumeva potpuni preračun promenom cena na nivou proizvoda, a što bi omogućilo neposredno poređenje dveju vremenskih serija. Ovakvom mogućnošću, naravno, po pravilu ne raspolažemo, pa smo sledeći naznačeni put prinuđeni da promenu bazne godine, odnosno preračun na „neoriginalnu” cenovnu bazu, izvršimo na višim nivoima agregacije, koristeći postojeće, raspoložive, serije društvenog proizvoda $Y_R(t)$ i $Y_R^b(t)$, kao i odgovarajuće serije po republikama i pokrajinama, odnosno privrednim sektorima $Y_i(t)$ i $Y_i^b(t)$. Ovaj postupak se svodi na preračunavanje implicitnih deflatora društvenog proizvoda na novu bazu iz (bilo koje) godine b*:

$$DY_i^{b*}(t) = \frac{DY_i^b(t)}{DY_i^b(b*)} \tag{20}$$

čime u novoj, „neoriginalnoj”, baznoj godini b* dobijamo implicitne deflatore jednake jedinici. Novim deflatorima iz (20) možemo dobiti i preračunate serije društvenog proizvoda sektora (regiona) u stalnim cenama iz nove baze b*:

$$Y_i^{b*}(t) = Y_i^b(t) \cdot DY_i^{b*}(t)\ . \tag{21}$$

Odavde se, dakle, razlika iz (14) može izraziti i u odnosu na novu, preračunatu, baznu godinu b*

$$\Delta_i^{b*}(t) = \omega_i(t) - \omega_i^{b*}(t) = \frac{Y_i(t)}{Y_R(t)} - \frac{Y_i^{b*}(t)}{Y_R^{b*}(t)} = \frac{Y_i(t)}{Y_R(t)} - \frac{Y_i^{b*}(t) \cdot DY_i^{b*}(t)}{Y_R^{b*}(t) \cdot DY_R^{b*}(t)}\ . \tag{22}$$

Razlika između izraza (14) i (22)

$$\Delta_i^b(t) - \Delta_i^{b*}(t) = \left[\omega_i(i) - \omega_i^b(t)\right] - \left[\omega_i(i) - \omega_i^{b*}(t)\right] = \omega_i^{b*}(t) - \omega_i^b(t) \tag{23}$$

može se sada napisati i kao

$$\Delta_i^b(t) - \Delta_i^{b*}(t) = \frac{Y_i^{b*}(t)}{Y_R^{b*}(t)} - \frac{Y_i^b(t)}{Y_R^b(t)} \tag{24}$$

što se može, imajući u vidu (21), dalje izraziti i kao

$$\Delta_i^b(t) - \Delta_i^{b*}(t) = \frac{DY_i^{b*}(t) \cdot Y_i^b(t)}{DY_R^{b*}(t) \cdot Y_R^b(t)} - \frac{Y_i^b(t)}{Y_R^b(t)} = \frac{Y_i^b(t)}{Y_R^b(t)} \cdot \left[\frac{DY_i^{b*}(t)}{DY_R^{b*}(t)} - 1\right]. \tag{25}$$

Iz (25) vidimo da ne samo izbor (originalne) bazne godine, već i njena promena (tj. nova, preračunata, bazna godina b*), preko odnosa deflatora datog regiona (sektora) i repera, utiče na relativni položaj svakog regiona (sektora) i u okviru cele privrede. Drugim rečima, cenovna struktura iz bazne godine nije bez uticaja na rezultate koji opredeljuju položaj regiona (sektora), odnosno relativizovaće ih više ili manje zavisno od toga koliko je sama bazna godina „dobro” odabrana[19].

[19] Izraz dobro ne znači poželjno, već reprezentativno. Reč je o tome da li je odabrana bazna godina (relativno) normalna, ili je po nekim karakteristikama izuzetna, i time nepodesna kao baza za upoređivanja. Kao primer može da posluži 1952, koja je, praktično, odabrana kao početna godina za sve vremenske serije u (bivšoj)

Prethodna razmatranja pokazala su da korišćenje raspoloživih serija u cenama iz (neke) bazne godine b kao „realnih” mora u izvesnoj meri biti relativizovano, jer (sektorska i regionalna) cenovna struktura iz te godine nije bez uticaja na odnose među sektorima (regionima). Iz tih razloga i potreba prevođenja odgovarajućih serija na neku drugu, „neoriginalnu”, baznu godinu nije sporna. Stoga samo ovo prevođenje mora biti svestranije razmotreno. Potpuni preračun na novu baznu godinu b*, kako je već istaknuto, može biti izveden jedino na nivou proizvoda, što povremeno, uz istaknuta ograničenja i korišćenjem zvanične metodologije, čini oficijelna statistika. Ali, i u tom slučaju ostaju problemi – serije sa starom bazom se više ne publikuju, a kada bi se to i činilo, ostalo bi pitanje „praznih”, nebaznih godina, kakve bi bile, recimo, godine između 1966. i 1972, kao prethodne i potonje bazne godine za serije u stalnim cenama koje se ovde razmatraju.

Nužno je, stoga, preračunavanje serija vršiti na osnovu raspoloživih serija u tekućim i stalnim cenama, na raspoloživim nivoima agregacije. Praktičan postupak kojim se može vršiti to preračunavanje dat je izrazom (20)[20]. Postavlja se, naravno, pitanje njegove adekvatnosti, odnosno pouzdanosti rezultata koji se na taj način dobijaju. Odgovore na ovo pitanje ponudiće nam izlaganje u narednom odeljku, zasnovano na empirijskim preračunavanjima prema predloženom metodološkom postupku.

6. PRIMER – PRERAČUNAVANJE SERIJA DRUŠTVENOG PROIZVODA NA „NEORIGINALNU" BAZNU GODINU

Pogledajmo, na osnovu raspoložive dokumentacije, i prihvatajući predloženi postupak preračuna, dat izrazom (20), kakve rezultate daje preračunavanja društvenog proizvoda na cene iz „neoriginalne” bazne godine b*. U narednom primeru izvršeno je dvostruko preračunavanje, najpre sa baze 1966. na bazu 1972. (tabela 3. i odgovarajuća tabela 4), a zatim sa baze 1972. na bazu 1966. (tabela 5. i odgovarajuća tabela 6).[21]

Primenom postupka datog izrazom (20), tj. preračunavanjem implicitnih deflatora društvenog proizvoda s originalne bazne godine 1966. na bazu 1972. godine, odnosno s originalne bazne godine 1972. na bazu 1966, prema obrascu (19), i određivanjem, na osnovu dobijenih prevedenih vrednosti implicitnih deflatora, izvedenih vrednosti društvenog proizvoda na cene iz nove, neoriginalne bazne godine, prema (21), dobijaju se vrednosti društvenog proizvoda u „izvedenim” cenama iz 1972, odnosno 1966. godine, date u tabelama 3. i 5. Kako se vidi, te vrednosti značajno odstupaju od originalnih vrednosti. Ova odstupanja data su u apsolutnim iznosima i relativno (u procentima od stvarnih vrednosti) u tabelama 4. i 6.

SFRJ, iako je po mnogim karakteristikama izrazito ekstremna, i stoga krajnje nepodesna. (Uporediti: D. Žarković i Z. Pjanić, Sve (naše) privredne reforme, *Gledišta*, br. 5–6, 1986, str. 115.)

[20] Ovaj postupak predložila je M. Bazler-Madžar. (Односи размене и преливање дохотка, *Преглед*, бр. 1, 1989.)

[21] Analogno razmatranjima R. Alena (videti: P. Аллен, *Экономические индексы*, Москва, 1980, str. 127), ova dva modusa prevođenja baze možemo nazvati perspektivnim – od stare baze ka novoj unapred po vremenskoj osi, i retrospektivnim – od stare baze ka novoj unazad po vremenskoj osi.

Tabela 3. *Izvedeni društveni proizvod u cenama 1972. – po perspektivnom modelu* (prevođenje deflatora DP u stalnim cenama iz 1966. na 1972 = 1)

Godina	JUG	BIH	CGO	HRV	MAK	SLO	SRB	UPS	KIM	VOJ
1959.	107313	14397	1663	28160	5015	15281	42669	27683	2149	12818
1960.	113577	15375	1849	30812	5429	17463	42676	27589	2125	12939
1961.	120000	16055	2305	32863	5592	18975	44304	29443	2223	12632
1962.	124995	15992	2248	34073	5804	19880	47035	30963	2297	13760
1963.	140512	17944	2576	37894	6807	22311	52999	34761	2529	15688
1964.	156682	19799	2983	41338	8867	24465	59162	38458	3152	17534
1965.	159104	20411	3106	42490	8161	24747	60168	39006	3239	17905
1966.	172690	22224	3255	45940	8894	26201	66090	42531	3683	19856
1967.	177130	22018	3339	47525	9290	27170	67686	43547	3856	20264
1968.	184238	23258	3527	50143	9415	29014	68897	45035	3719	20129
1969.	203408	25120	3917	54084	10576	32220	77423	50965	4104	22343
1970.	215757	26371	4237	58083	11536	35459	80116	53197	4457	22469
1971.	234794	28574	4426	62966	13134	38002	87663	57351	4743	25555
1972.	245515	30278	4775	64816	13698	40205	91743	60813	4952	25978

Tabela 4. *Odstupanje izvedenih od originalnih vrednosti društvenog proizvoda u cenama 1972. (u dinarima i procentima od stvarne vrednosti)*

Godina	JUG	BIH	CGO	HRV	MAK	SLO	SRB	UPS	KIM	VOJ
1959.	-2596,2	-52,1	-58,9	-699,9	-314,2	-726,3	-873,3	-1263,8	-15,7	387,6
	-2,4	-0,4	-3,4	-2,4	-5,9	-4,5	-2,0	-4,4	-0,7	3,1
1960.	-4706,2	-450,1	-87,7	-896,1	-285,4	-857,6	-2102,0	-2161,6	-142,6	180,5
	-4,0	-2,8	-4,5	-2,8	-5,0	-4,7	-4,7	-7,3	-6,3	1,4
1961.	-5086,0	-359,3	-51,0	-1189,6	-272,4	-1065,3	-2054,4	-1935,0	-50,1	-74,9
	-4,1	-2,2	-2,2	-3,5	-4,6	-5,3	-4,4	-6,2	-2,2	-0,6
1962.	-4387,6	-340,7	-82,5	-902,8	-205,5	-1024,2	-1797,1	-1787,5	-22,4	-1,8
	-3,4	-2,1	-3,5	-2,6	-3,4	-4,9	-3,7	-5,5	-1,0	0,0
1963.	-4514,1	-409,4	-89,3	-859,5	-293,4	-989,1	-1856,0	-1917,0	-84,4	122,8
	-3,1	-2,2	-3,4	-2,2	-4,1	-4,2	-3,4	-5,2	-3,2	0,8
1964.	-4925,5	-527,0	-153,1	-1069,2	-369,5	-1016,7	-1855,8	-1758,6	-29,6	-84,5
	-3,0	-2,6	-4,9	-2,5	-4,0	-4,0	-3,0	-4,4	-0,9	-0,5
1965.	-5553,8	-797,0	-120,6	-1195,8	-359,4	-889,3	-2213,2	-1905,9	-84,5	-241,8
	-3,4	-3,8	-3,7	-2,7	-4,2	-3,5	-3,5	-4,7	-2,5	-1,3
1966.	-4821,5	-729,3	-137,4	-969,6	-412,0	-840,3	-1819,1	-1798,3	-21,5	-21,2
	-2,7	-3,2	-4,1	-2,1	-4,4	-3,1	-2,7	-4,1	-0,6	-0,1
1967.	-4389,8	-689,2	-127,1	-998,7	-483,2	-783,4	-1411,5	-1592,2	26,4	135,5
	-2,4	-3,0	-3,7	-2,1	-4,9	-2,8	-2,0	-3,5	0,7	0,7
1968.	-3934,6	-494,1	-118,3	-564,2	-729,1	-689,6	-1323,5	-1459,5	-24,0	147,3
	-2,1	-2,1	-3,2	-1,1	-7,2	-2,3	-1,9	-3,1	-0,6	0,7
1969.	-2931,5	-672,4	-104,8	-462,0	-681,6	-307,5	-771,0	-833,5	-23,8	75,0
	-1,4	-2,6	-2,6	-0,8	-6,1	-0,9	-1,0	-1,6	-0,6	0,3
1970.	-2190,4	-408,9	-100,9	-260,7	-665,5	-139,1	-569,3	-669,8	9,0	99,0
	-1,0	-1,5	-2,3	-0,4	-5,5	-0,4	-0,7	-1,2	0,2	0,4
1971.	-745,9	-160,2	-84,6	-104,1	101,8	-233,0	-296,4	-365,6	23,6	32,0
	-0,3	-0,6	-1,9	-0,2	0,8	-0,6	-0,3	-0,6	0,5	0,1

Godina	JUG	BIH	CGO	HRV	MAK	SLO	SRB	UPS	KIM	VOJ
1972.	-52,0	0,0	0,0	1,0	2,0	0,0	-54,0	-27,0	1,0	-27,0
	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,1	0,0	0,0	-0,1
1973.	159,4	79,9	144,2	-264,7	101,7	-74,9	155,6	-130,0	38,9	235,9
	0,1	0,3	3,0	-0,4	0,7	-0,2	0,2	-0,2	0,8	0,9

Tabela 5. *Izvedeni društveni proizvod u cenama 1966. – po retrospektivnom metodu*
(prevođenje deflatora DP u stalnim cenama iz 1972. na 1966 = 1)

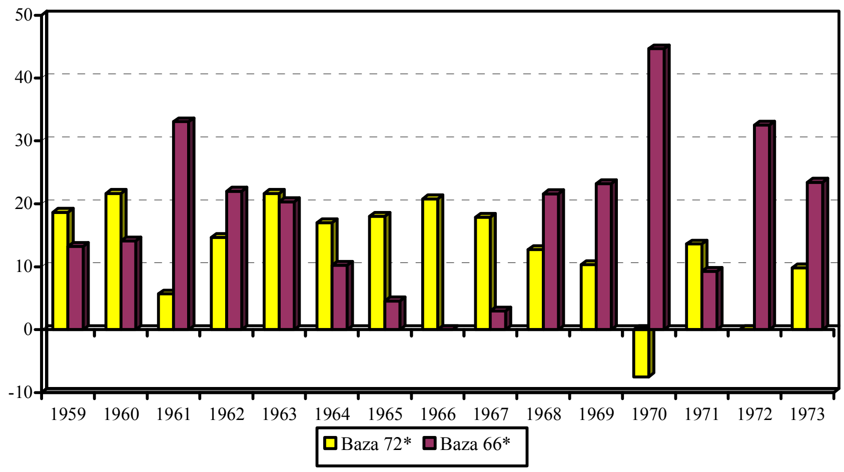
Godina	JUG	BIH	CGO	HRV	MAK	SLO	SRB	UPS	KIM	VOJ
1959.	61316	7711	919	16019	3037	8495	25184	16428	1246	7497
1960.	65987	8445	1034	17600	3256	9723	25899	16885	1305	7695
1961.	69782	8759	1258	18902	3342	10635	26812	17808	1308	7664
1962.	72180	8716	1244	19414	3424	11093	28243	18587	1334	8300
1963.	80906	9794	1423	21511	4046	12365	31727	20816	1503	9387
1964.	90157	10847	1674	23539	5264	13523	35291	22824	1831	10626
1965.	91859	11318	1723	24248	4855	13604	36080	23219	1912	10945
1966.	99029	12249	1811	26038	5303	14350	39277	25158	2131	11988
1967.	101266	12118	1851	26934	5569	14834	39964	25618	2203	12140
1968.	104977	12675	1946	28146	5781	15763	40614	26387	2153	12051
1969.	115111	13764	2147	30276	6415	17261	45226	29397	2375	13430
1970.	121587	14291	2316	32385	6953	18891	46666	30571	2559	13492
1971.	131402	15334	2408	35008	7426	20290	50873	32756	2715	15393
1972.	136996	16158	2549	35976	7805	21336	53093	34528	2848	15684

Tabela 6. *Odstupanje izvedenih od originalnih vrednosti društvenog proizvoda u cenama 1966. (u dinarima i procentima od stvarne vrednosti)*

Godina	JUG	BIH	CGO	HRV	MAK	SLO	SRB	UPS	KIM	VOJ
1959.	-223,2	-224,2	-6,0	58,7	46,4	125,0	-174,4	50,9	3,4	-241,9
	-0,4	-2,8	-0,7	0,4	1,6	1,5	-0,7	0,3	0,3	-3,1
1960.	856,4	-28,9	5,2	136,5	19,1	157,5	536,2	562,7	76,4	-117,0
	1,3	-0,3	0,5	0,8	0,6	1,6	2,1	3,4	6,2	-1,5
1961.	968,2	-89,3	-24,7	275,5	7,4	241,9	482,7	389,4	23,0	37,2
	1,4	-1,0	-1,9	1,5	0,2	2,3	1,8	2,2	1,8	0,5
1962.	500,8	-98,1	-6,6	102,1	-36,4	204,7	290,4	269,1	6,9	-7,6
	0,7	-1,1	-0,5	0,5	-1,1	1,9	1,0	1,5	0,5	-0,1
1963.	329,6	-95,6	-10,3	33,3	-12,8	144,6	229,5	251,2	41,9	-84,0
	0,4	-1,0	-0,7	0,2	-0,3	1,2	0,7	1,2	2,9	-0,9
1964.	307,3	-65,3	14,5	109,4	-23,9	122,6	131,2	72,3	8,8	39,9
	0,3	-0,6	0,9	0,5	-0,5	0,9	0,4	0,3	0,5	0,4
1965.	620,0	68,1	-5,6	166,2	-11,0	50,2	321,9	142,8	40,1	134,5
	0,7	0,6	-0,3	0,7	-0,2	0,4	0,9	0,6	2,1	1,2
1966.	-0,1	0,2	0,0	0,2	-0,4	-0,6	-0,3	-3,2	2,7	0,2
	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0
1967.	-310,1	-17,6	-7,4	-2,2	29,7	-47,3	-261,5	-144,6	-25,3	-94,5
	-0,3	-0,1	-0,4	0,0	0,5	-0,3	-0,7	-0,6	-1,1	-0,8
1968.	-674,7	-143,4	-16,3	-274,0	166,5	-128,5	-331,7	-255,7	4,0	-101,6

Godina	JUG	BIH	CGO	HRV	MAK	SLO	SRB	UPS	KIM	VOJ
	-0,6	-1,1	-0,8	-1,0	3,0	-0,8	-0,8	-1,0	0,2	-0,8
1969.	-1533,0	-80,9	-32,3	-376,9	108,7	-385,9	-787,0	-753,8	2,9	-59,4
	-1,3	-0,6	-1,5	-1,2	1,7	-2,2	-1,7	-2,5	0,1	-0,4
1970.	-2138,8	-243,4	-41,6	-535,5	74,2	-530,5	-946,6	-900,4	-16,9	-73,9
	-1,7	-1,7	-1,8	-1,6	1,1	-2,7	-2,0	-2,9	-0,7	-0,5
1971.	-3241,2	-414,6	-54,6	-679,6	-405,3	-524,0	-1224,5	-1173,0	-26,0	-35,4
	-2,4	-2,6	-2,2	-1,9	-5,2	-2,5	-2,4	-3,5	-1,0	-0,2
1972.	-3795,2	-530,0	-107,6	-759,6	-363,4	-685,2	-1429,7	-1448,5	-13,6	-0,1
	-2,7	-3,2	-4,1	-2,1	-4,4	-3,1	-2,6	-4,0	-0,5	0,0
1973.	-4105,1	-597,6	-187,7	-639,1	-445,9	-687,6	-1630,3	-1457,7	-36,1	-159,9
	-2,8	-3,4	-6,9	-1,7	-5,1	-2,9	-2,8	-3,9	-1,2	-1,0

Podaci iz tabela 4. i 6, kao rezultati primene navedenog postupka, pokazuju da taj preračun daje velike razlike u odnosu na stvarne podatke, i to utoliko više ukoliko su u pitanju godine „udaljenije" od originalnih baznih godina. Time je i praktično demonstriran uticaj cenovne strukture iz bazne godine na serije u stalnim cenama. Pokazuje se, dakle, da predloženi postupak, dat izrazom (20), ne obezbeđuje adekvatan preračun serija s originalnih na „neoriginalne" bazne godine[22]. Potrebno je, stoga, naći neki drugi postupak, ili pak ovaj postupak (20) modifikovati, kako bi se rezultati učinili pouzdanijim[23].



Grafikon 4. *Razlika između preračnunatih vrednosti društvenog proizvoda Jugoslavije i zbira društvenih proizvoda republika*

Preračunate serije društvenog proizvoda na ovaj način dozvoljavaju zapažanje još

[22] Time je pokazano da M. Bazler-Madžar, u stvari, nije izvršila promenu bazne godine. Dakle, tamo izvedeno dokazivanje da se pogodnim izborom bazne godine može dokazati praktično šta se hoće, ne pogađa temu o kojoj je reč.

[23] U ranijem radu (B. Hinić i R. Bukvić, *Секторски и регионални односи размене*, Београд, 1989) predložili smo postupak kojim se neutrališe cenovna struktura iz bazne godine i adekvatnije prevodi društveni proizvod na cene iz „neoriginalne" bazne godine. Detaljnije razmatranje ove problematike izlazi van okvira ovog rada, a može se naći u autorovoj doktorskoj disertaciji (*Regionalni aspekt primarne raspodele u jugoslovenskoj privredi*, Beograd, 1997, str. 76. i dalje).

jednog važnog momenta. Pokazuje se, naime, da se na taj način dobija da je

$$Y_R^{b*}(t) \neq \sum_{i=1}^{im} Y_i^{b*}(t), t \neq b^* \tag{26}$$

drugim rečima, preračunati društveni proizvod cele privrede (repera) ne dobija se kao zbir preračunatih društvenih proizvoda njenih delova, u ovom slučaju republika (i pokrajina), izuzev u novoj baznoj godini. Ovaj rezultat prikazan je na grafikonu 4, i on još jednom potvrđuje da predloženi postupak preračunavanja društvenog proizvoda na novu, neoriginalnu, baznu godinu dat izrazom (20) nije dovoljan i adekvatan.

7. ZAKLJUČAK

Razmatranja u ovom tekstu odnose se na adekvatnost korišćenja podataka o društvenom proizvodu (odnosno drugim statistički iskazanim agregatima) u stalnim cenama iz neke bazne godine kao realnih izraza odgovarajućih agregata. Prema analizi koja je načinjena, i potkrepljena rezultatima empirijskih provera na osnovu raspoloživih podataka, pokazano je da postoji značajan uticaj ostvarene cenovne (sektorske i regionalne) strukture iz bazne godine, što upozorava na neadekvatnost korišćenja vremenskih serija u stalnim cenama iz određene godine kao realnih izraza odgovarajućih agregata. Sa svoje strane, to ističe kao značajnu potrebu preračunavanja ovih serija i na cene iz neke druge, nebazne, godine, ali se, takođe, reperkutuje i na mogućnosti preračunavanja ovih agregata na neku novu, „neoriginalnu”, baznu godinu.

Empirijska analiza potvrdila je da je korišćenje ovih podataka kao „realnih” potrebno u značajnoj meri relativizovati, kao i da predloženi postupak preračunavanja na neku drugu, „neoriginalnu”, baznu godinu, dat izrazom (20), ne može da da zadovoljavajuće rezultate. Shodno tome, kao još jedan zaključak nameće se neophodnost da zvanična statistika uporedo prati odgovarajuće agregate u cenama iz većeg broja godina, odnosno da prilikom sledećeg prelaza na novu baznu godinu za početak bar ne napusti njihovo praćenje u cenama iz trenutne bazne godine za „realno” iskazane agregate.

Isto tako, potrebno je da zvanična statistika redovnije i u kraćim intervalima nego što je bilo do sada vrši odgovarajuća prilagođavanja, odnosno izbor nove bazne godine i preračunavanje serija društvenog proizvoda (i drugih makroagregata) na druge bazne godine. Time bi bilo omogućeno realnije sagledavanje stvarnih kretanja ovih agregata, a time i ostvarene proizvodnje, kao i svih drugih privrednih pojava i procesa koji se prate preko agregata iskazanih u stalnim cenama.

PRILOG

Tabela 1. *Društveni proizvod Jugoslavije, republika i pokrajina u tekućim cenama*

Godina	JUG	BIH	CGO	HRV	MAK	SLO	SRB	UPS	KIM	VOJ
1959.	24462,5	3293,4	353,9	6498,8	1123,0	3849,4	9344,3	6125,0	511,2	2708,1
1960.	28868,0	3922,7	418,3	7742,6	1284,5	4742,9	10757,1	7112,6	528,1	3116,4
1961.	33613,0	4404,0	601,0	9187,0	1607,0	5567,0	12248,0	8091,0	617,0	3540,0
1962.	37727,0	4787,0	668,0	10302,0	1836,0	6108,0	14027,0	9166,0	666,0	4194,0
1963.	45811,0	5710,0	825,0	12395,0	2468,0	7313,0	17100,0	11090,0	826,0	5184,0
1964.	61059,0	7527,0	1129,0	16099,0	3420,0	9695,0	23189,0	15005,0	1239,0	6945,0
1965.	79516,0	9879,0	1453,0	21168,0	4310,0	11987,0	30720,0	19487,0	1700,0	9533,0
1966.	99029,0	12249,0	1811,0	26038,0	5303,0	14350,0	39277,0	25158,0	2131,0	11988,0
1967.	103549,0	12100,0	1897,0	27574,0	5603,0	15255,0	41120,0	26687,0	2309,0	12124,0
1968.	112192,0	13266,0	2149,0	30245,0	5983,0	17292,0	43257,0	28713,0	2285,0	12260,0
1969.	131893,0	15630,0	2540,0	35106,0	6933,0	20447,0	51237,0	33912,0	2642,0	14684,0
1970.	157245,0	19150,0	3168,0	42645,0	8081,0	25554,0	58646,0	38932,0	3178,0	16537,0
1971.	204493,0	24850,0	3938,0	55061,0	10835,0	32643,0	77166,0	50276,0	4013,0	22877,0
1972.	245515,0	30278,0	4775,0	64816,0	13698,0	40205,0	91743,0	60813,0	4952,0	25978,0
1973.	306319,0	37091,0	5625,0	81049,0	17322,0	49494,0	115739,0	75288,0	6374,0	34077,0

Izvor: SGJ, razna godišta, SB SZS, razna godišta.

Tabela 2. *Društveni proizvod Jugoslavije, republika i pokrajina u cenama iz 1966.*

Godina	JUG	BIH	CGO	HRV	MAK	SLO	SRB	UPS	KIM	VOJ
1959.	61538,7	7935,0	925,4	15960,4	2990,3	8369,5	25358,1	16377,4	1242,2	7738,5
1960.	65130,8	8474,0	1029,0	17463,4	3237,0	9565,0	25362,4	16321,9	1228,4	7812,1
1961.	68814,2	8848,7	1282,6	18626,1	3334,2	10392,8	26329,7	17418,5	1284,7	7626,5
1962.	71678,8	8814,3	1250,6	19311,8	3460,6	10888,5	27952,9	18318,0	1327,3	8307,6
1963.	80576,8	9889,8	1433,2	21477,6	4058,7	12220,1	31497,4	20564,6	1461,4	9471,4
1964.	89849,3	10912,4	1659,8	23429,2	5287,6	13400,1	35160,2	22752,0	1821,9	10586,3
1965.	91238,6	11249,7	1728,5	24082,3	4866,1	13554,2	35757,8	23076,0	1871,7	10810,1
1966.	99029,1	12248,8	1811,0	26037,8	5303,4	14350,6	39277,3	25161,2	2128,3	11987,8
1967.	101575,6	12135,3	1857,9	26936,1	5539,4	14881,3	40225,6	25762,3	2228,8	12234,5
1968.	105651,8	12818,8	1962,4	28419,6	5614,0	15891,7	40945,3	26643,0	2149,4	12152,9
1969.	116644,4	13844,9	2179,7	30653,4	6306,6	17647,2	46012,6	30151,2	2372,0	13489,4
1970.	123726,0	14534,7	2357,7	32920,1	6879,1	19421,5	47612,9	31471,5	2575,9	13565,5
1971.	134643,1	15748,7	2463,0	35687,4	7831,6	20814,4	52098,0	33929,1	2741,0	15428,6
1972.	140791,0	16688,0	2657,0	36736,0	8168,0	22021,0	54523,0	35977,0	2862,0	15684,0
1973.	147859,0	17475,0	2735,0	38042,0	8748,0	23375,0	57483,0	37640,0	3018,0	16825,0

Izvor: SGJ, razna godišta, SB SZS, razna godišta.

Tabela 3. *Društveni proizvod Jugoslavije, republika i pokrajina u cenama iz 1972.*

Godina	JUG	BIH	CGO	HRV	MAK	SLO	SRB	UPS	KIM	VOJ
1959.	109909,0	14449,0	1722,0	28860,0	5329,0	16007,0	43542,0	28947,0	2165,0	12430,0
1960.	118283,0	15825,0	1937,0	31708,0	5714,0	18321,0	44778,0	29751,0	2268,0	12759,0
1961.	125086,0	16414,0	2356,0	34053,0	5864,0	20040,0	46358,0	31378,0	2273,0	12707,0
1962.	129383,0	16333,0	2330,0	34976,0	6009,0	20904,0	48832,0	32751,0	2319,0	13762,0
1963.	145026,0	18353,0	2665,0	38754,0	7100,0	23300,0	54855,0	36678,0	2613,0	15565,0
1964.	161607,0	20326,0	3136,0	42407,0	9237,0	25482,0	61018,0	40217,0	3182,0	17619,0
1965.	164658,0	21208,0	3227,0	43686,0	8520,0	25636,0	62381,0	40912,0	3323,0	18147,0
1966.	177511,0	22953,0	3392,0	46910,0	9306,0	27041,0	67909,0	44329,0	3704,0	19877,0
1967.	181520,0	22707,0	3466,0	48524,0	9773,0	27953,0	69097,0	45139,0	3830,0	20129,0
1968.	188173,0	23752,0	3645,0	50707,0	10144,0	29704,0	70220,0	46495,0	3743,0	19982,0
1969.	206339,0	25792,0	4022,0	54546,0	11258,0	32527,0	78194,0	51799,0	4128,0	22268,0
1970.	217947,0	26780,0	4338,0	58344,0	12202,0	35598,0	80685,0	53867,0	4448,0	22370,0
1971.	235540,0	28734,0	4511,0	63070,0	13032,0	38235,0	87959,0	57717,0	4719,0	25523,0
1972.	245567,0	30278,0	4775,0	64815,0	13696,0	40205,0	91797,0	60840,0	4951,0	26005,0
1973.	257681,0	31626,0	4771,0	67385,0	14569,0	42752,0	96568,0	63754,0	5183,0	27632,0

Izvor: SGJ, razna godišta, SB SZS, razna godišta.

LITERATURA

(1) Аллен, Р. *Экономические индексы*, Статистика, Москва, 1980, 256 с.
(2) Bazler-Madžar, Marta. Odnosi razmene i prelivanje dohotka, *Pregled* (Titograd), broj 1, 1989, str. 45–60.
(3) Bukvić, Rajko. *Regionalni aspekt primarne raspodele u jugoslovenskoj privredi*, doktorska disertacija, Ekonomski fakultet, Beograd, 1997, xiv+424+lxvii str.
(4) Mihailović, Kosta. *Aktuelna pitanja nerazvijenih područja Jugoslavije*, Ekonomski institut, Beograd, 1970, 87 str.
(5) Hinić, Branko i Rajko Bukvić. *Sektorski i regionalni odnosi razmene*, Institut ekonomskih nauka, Beograd, 1989, /2/+250 str.
(6) Bajt, Aleksandar. Marksove sheme reprodukcije društvenog kapitala i društveni bruto proizvod (prilog diskusiji), *Ekonomist* (Beograd), godina IX, broj 3, 1956, str. 423–455.
(7) Bukvić, Rajko i Branko Hinić. Metodološka pitanja istraživanja međuregionalnih cenovnih prelivanja, *Ekonomski vjesnik* (Osijek), godina II, broj 1, 1989, str. 59–68.
(8) Bukvić, Rajko i Branko Hinić. Vremenske serije u stalnim cenama i problem prelaska na neoriginalnu baznu godinu, *Ekonomska misao* (Beograd), godina XXV, broj 4, 1992, str. 411–421.
(9) Burda, Majkl i Čarls Viploš. *Makroekonomija: evropski udžbenik*, Centar za liberalno-demokratske studije, Beograd, 2004, xxxvi+572 str.
(10) Friščić, Ivan. *Društveni proizvod i njegove komponente*, Institut društvenih nauka, Beograd, 1964, str. 244.
(11) Grđić, Gojko. Društveni proizvod i narodni dohodak, *Statistička revija* (Beograd), godina III, broj 3, 1953, str. 213–229.
(12) Grđić, Gojko. Metodološki problemi rekonstrukcije serija realnog društvenog proizvoda, *Statistička revija* (Beograd), godina X, broj 3–4, 1960, str. 161–175.
(13) Grđić, Gojko. *Narodni dohodak – metodološka studija*, Ekonomski institut NR Srbije, Beograd, 1955, 130 str.
(14) Horvat, Branko. Društveni proizvod, *Ekonomist* (Beograd), godina X, broj 1–2, 1957, str. 69–78.
(15) Marendić, Božo i Dragoljub Stanišić. *Akumulativnost privrede Jugoslavije. Aspekti formiranja i alokacije sredstava za razvoj*, Institut za ekonomiku investicija, Beograd, 1973, x+123 str.
(16) *Metodologija za obračun narodnog dohotka u 1954. godini*, Metodološki materijali 61, Savezni zavod za statistiku, Beograd, 1955, str. 91.
(17) *Metodološke osnove za obračun društvenog proizvoda*, Metodološki materijali 329, Savezni zavod za statistiku, Beograd, 1988, str. 19.
(18) Mladenović, Dragoslav; Vladislav Đolević, Milan Eremić, Danica Popović, Gojko Grđić i Ljiljana Tatarević. *Ekonomska statistika*, Ekonomski fakultet, Beograd, 1991, XI+466 str.
(19) Ocić, Časlav. *Razvijenost jugoslovenskih republika i pokrajina od 1950. do 1984. godine*, Institut ekonomskih nauka, Beograd, 1986.
(20) Ocić, Časlav. *Nacionalna ravnopravnost i regionalni razvoj*, Institut ekonomskih nauka, Beograd, 1986, str. 72.
(21) Ocić, Časlav. *Kvantifikacija tendencija preraspodele društvenog proizvoda između republika i pokrajina od 1952. do 1987. godine*, Institut ekonomskih nauka, Beograd, 1988.
(22) Petty, William. *Verbum Sapienti*, *The Economic Writings of Sir William Petty, vol. 1* [1662], Cambridge University Press, 1899.
(23) Stajić, Stevan. Jedan metod izračunavanja realnog nacionalnog dohotka, *Ekonomist* (Beograd), godina IX, broj 1, 1956, str. 22–40.
(24) Stajić, Stevan. Realni nacionalni dohodak Jugoslavije u periodima 1926–1939. i 1947–1956, *Ekonomski problemi*, Zbornik radova, Ekonomski institut FNRJ, Beograd, 1957.
(25) Stajić, Stevan. *Nacionalni dohodak Jugoslavije 1923–1939, u stalnim i tekućim cenama*, Ekonomski institut NR Srbije, Beograd, 1959, 63+/6/ str.

(26) Stanišić, Mileva i Dragoljub Stanišić. *Osnovni faktori inflacije u Jugoslaviji*, Ekonomika, Beograd, 1986, str. 183.
(27) Vasić; Pavle; Mirko Jamnik; Milan Šojić i Budimir Bošković. *Sistem robne privrede, tržište i cene*, Institut društvenih nauka, Beograd, 1981, str. 101.
(28) Žarković, Dragoje i Zoran Pjanić. Sve (naše) privredne reforme, razgovor u dk «studentski grad», *Gledišta* (Beograd), godina XXVII, broj 5–6, 1986, str. 96–136.

PRODUCT OF NATION AND MACROAGGREGATES IN CONSTANT PRICES AS ITS REAL VALUES

ABSTRACT

The paper discusses adequacy of use of time series in constant prices (for any chosen, „basic", year), as being „real" expression of corresponding (economic) aggregates. The analysis focuses on the series of GDP as real values of the year production of nation. On the basis of GDP series of yugoslav republics and provinces for the period 1959–1973, for wich the official statistical GDP data at the constant prices from the year 1966 and 1972 exists, it was presented that results of corresponding analyses very varying for the one or other basis for constant prices.

The results of theoretical analysis has showed that these series are influenced by the realized price structure for the year chosen, thus relativizing „real" data. In addition to this, the conclusion calls for applying a different approach in expressing prices, i.e. for „non-original" base year. Since official statistical data do not make it possible, it is necessary to recalculate them to non-original basis. Further, a particular procedure of recalculating the data is considered, which is based on transformation of implicit GDP deflators of corresponding time series to value equalling one in new base year. It has also been shown that the results of this recalculation are influenced by the relized price structure too.

In the further part of the paper, theoretical discussion is illustrated by an example of recalculating a number of time series for GDPs of Yugoslav republics (for the period 1959–73, thus making it possible to undertake an empirical test of (un)adequacy of the approach chosen. The example has produced results (a number of recalculated series), which considerably deviate from original series, thus proving that it is necessary to relativize to a considerable degree the use of „real" series in constant prices. Additionaly, it has also been proved that neither the alternative way of recalculating the data to some „non-original" base year can produce satisfactory results.

Consequently, another important conclusion has been drawn, i.e. that official statistical aggregate data should be simultaneously published for a longer period; and that transition to new base year must be perhaps regularly and in the shorter periods made. Additionaly, when switching to a new base year, the old base year – now being „real" year for measuring aggregate – should be kept for some time.

Key words: *Macroaggregates, constant prices, real GDP, national economy, economic branches, regions, structure and growth analysis.*

Bozidar Popovic, Statistical Office of the Republic of Serbia
e-mail: bpopovic@statserb.sr.gov.yu

CALIBRATION TECHIQUE IN RETAIL TRADE SURVEY 2007 IN SERBIA

ABSTRACT

In this paper a brief review of Retail Trade Survey in Serbia will be given. A short review of calibration technique with all needed formulae will be given as well. Two different approaches in calibration technique in Retail Trade Survey 2007 in Serbia will be discussed.

1. INTRODUCTION

Many estimation problems are caused by nonresponse and other nonsampling errors, such as frame errors or measurement errors. Survey statisticians make efforts to achieve the best possible estimates based on:

1. the data at hand when the data collection phase must necessarily stop, and
2. any relevant auxiliary information that can help in the estimation.

Calibration is a technique that deals with these problems. Actually calibration estimation is a weighting method, whereas the weights are computed with an input of auxiliary information.

In section 2 short calibration review is given.

In section 3 calibration as mathematical optimization problem is given Short CLAN discussion is given in section 4.

In section short review of Retail Trade Survey in Serbia before and after 2007 is given.

Preparation of data set for estimation is given in section 6. Calibration estimation procedure has been applied for the first time in Retail Trade Statistics this year. This procedure is explained in subsections 6.1 and 6.2. Chain indices testing are given in subsection 6.3.

In chapter 7 concluding remarks are given.

2. THE CALIBRATION PROBLEM

Consider a population U of size N, an initial sample $s \subset U$ of size n, and a set $r \subset s$ of respondents of size m. For simplicity, let sample s is drawn by simple random sampling (SRS). Since this assumption is not crucial here, the response mechanism need not be specified. It is evidently: $0 < m \leq n \leq N$. The overall sample fraction is $f = \frac{n}{N}$ and overall response rate is $p = \frac{m}{n}$.

Let y be a study variable with value y_k for the $k-th$ population element. The main aim is to estimate the population total $t_y = \sum_{k \in U} y_k$ of the variable y. A linear estimate for this total is

$$\hat{t}_y = \sum_{k \in r} w_k y_k \tag{1}$$

i.e. a weighted sum of available values for the study variable over the respondents set.

The central idea of calibration is to calculate weights w_k for respondents $k \in r$ such that one or more calibration constrains is satisfied. A calibration constrains take the general form:

$$\sum_{k \in r} w_k y_k = t_x \tag{2}$$

where x is considered to be a variable, with known value x_k for respondent k, and t_x is a known calibration benchmark for that variable. A benchmark is often the total of variable x for the population U. Calibration benchmarks are often called calibration totals.

Some classical techniques, such as the poststratification estimation, the raking estimation and the ratio estimation can be studied as calibration techniques.

3. THE GENERALIZED CALIBRATION PROBLEM AS A MATHEMATICAL OPTIMIZATION PROBLEM

Consider a probability sample s of size n from a population U of size N and set of respondents r of size m. The inclusion probabilities $\pi_k = P(k \in s)$ and $\pi_{kl} = P(k \wedge l \in s)$ are assumed to be strictly positive. This means that we would consider here only random or probability sampling methods.

Denote the auxiliary vector by $\mathbf{x}$, and its value for element k by $\mathbf{x_k} = (x_{1k}, \ldots, x_{lk})^T$, a column vector with h components, constructed from one or more auxiliary variables. It is already assumed that qualitative variables are already transformed into indicator variables. Finally, the population totals $\mathbf{t}_x = \sum_U \mathbf{x}_k$ for the calibration variables must be available. The calibration problem consists of adjusting some initial weights d_k, resulting in adjusted or calibrated weights $w_k = g_k\ d_k$, where g_k are adjustment factors or g–weights. The initial weights often are sampling weights $\frac{1}{\pi_k}$, but these could already have been corrected for nonresponse before calibration takes place. Notice that s might be a respondent sample, instead of an initial sample.

The generalized calibration problem, i.e. the problem of calculating the calibrated weights or the g–weights for given sample s, can be formulated as a nonlinear optimization problem as follows:

1. Minimize the distance $\sum_{k=1}^{n} d_k G\left(\frac{w_k}{d_k}\right)$,

2. subject to h calibration constrains $\sum_s w_k \mathbf{x}_k = \sum_U \mathbf{x}_k$,

3. and, occasionally, subject to boundary constrains $P \le \frac{w_k}{d_k} \le Q \quad (k = \overline{1,k})$,

with $0 \le P \le 1 \le Q$.

The so-called distance function G measures the difference between the g–weights $(g_k = \frac{w_k}{d_k})$ and This function must satisfy the following conditions:

(a) $G(\cdot)$ is strictly convex and twice continuous differentiable

(b) $G(1) = 0$, $G(\cdot) \ge 0$, $G'(1) = 0$, $G''(1) = 1$.

The inverse of function G' is called the calibration function $F(\cdot)=(G'(\cdot))^{-1}$, whence $F(0)= 1$.

The distance function G, or, equivalently calibration function F, can be chosen considering practical properties of the resulting g–weights. Deville et al (1993) introduce four different methods corresponding to four different distance functions:

1. The linear method with quadratic distance function and linear calibration function;
2. The raking ratio or multiplicative method with exponential calibration function;
3. The truncated linear method with quadratic distance function and linear calibration function;
4. The logit method with logistic calibration function.

An overview is presented in following table together with some properties and the corresponding calibration functions. The following notation is used: R = $(-\infty, +\infty)$; $R_+ = (0, +\infty)$.

***Table 1.** Distance function G, additional constrains and calibration functions F for four calibration methods: (1) linear method, (2) multiplicative method, (3) truncated linear method, (4) logit method*

	Distance function $G(x)$	Add. constraint	*Calibration function $F(u)$*
(1)	$\frac{(x-1)^2}{2}, \quad x \in \mathrm{R}$	None	$1+u, u \in \mathrm{R}$
(2)	$x \ln x - x + 1, \quad x \in \mathrm{R}_+$ $-x+1, \quad x = 0$	None	$e^u, u \in \mathrm{R}$
(3)	$\frac{(x-1)^2}{2}, \quad x \in \mathrm{R}$	$x \in [P, Q]$ with $0 \leq P \leq 1 \leq Q$	$1+u, u \in [P-1, Q-1]$ $P, u = P-1$ $Q, u = Q-1$
(4)	$\left[(x-P)ln\frac{x-P}{1-P}+(Q-x)ln\frac{Q-x}{Q-1}\right]$, for $x \in (P, Q)$; $\left[(Q-P)ln\frac{Q-P}{Q-P}\right]A^{-1}$, for $x \leq P$; $\left[(Q-P)ln\frac{Q-P}{1-Q}\right]A^{-1}$, for $x \geq Q$ with $0 \leq P < 1 < Q$.	*None*	$\frac{P(Q-1)+Q(1-P)e^{Au}}{(Q-1)+(1-P)e^{Au}}$, for $u \in \mathrm{R}$ where $A=\frac{Q-P}{(Q-1)(1-P)}$

Often a quadratic function is used, i.e. $G(x)=\frac{1}{2}(x-1)^2$, the calibration method is then said to be linear. Estimators based on this method are generalised regression estimators (GREG). A disadvantage of this method is that the calibrated weights can be negative. Other choices of G can force the calibrated weights to be positive.

The calibration methods (1) do (4) are compared in figures 1 and 2. Figure 2 shows the distance function G. Figure 1 shows the calibration function F. We have set P = 0.15 and Q = 1.4. Notice that the domain of the logit distance function is $[P, Q]$. It can be shown that the g–weights g_k are equal to $F(u_k)$, where u_k depends on the auxiliary information and the initial weights for sample element k. Thus the shape of the calibration functions determines the adjustments that are made by the calibration technique. The figure 1 shows that, for given P and Q, all methods produce similar calibration functions on the interval (-1,0.5). Outside this interval only methods (3) and (4) have similar calibration functions and they truncate the adjustments factors. Method (4) is doing this more smoothly than method (3). Method (2) tends to shift g–weights upward in a systematic way, compared with all other methods.

Figure 1: Different types of calibration functions

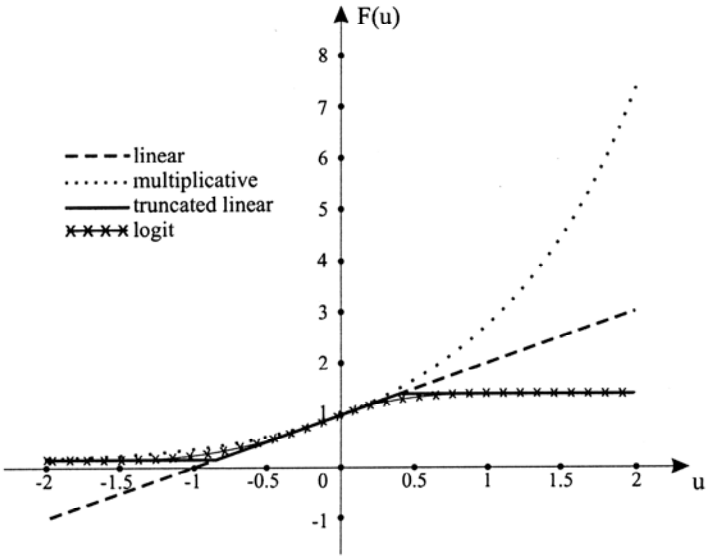
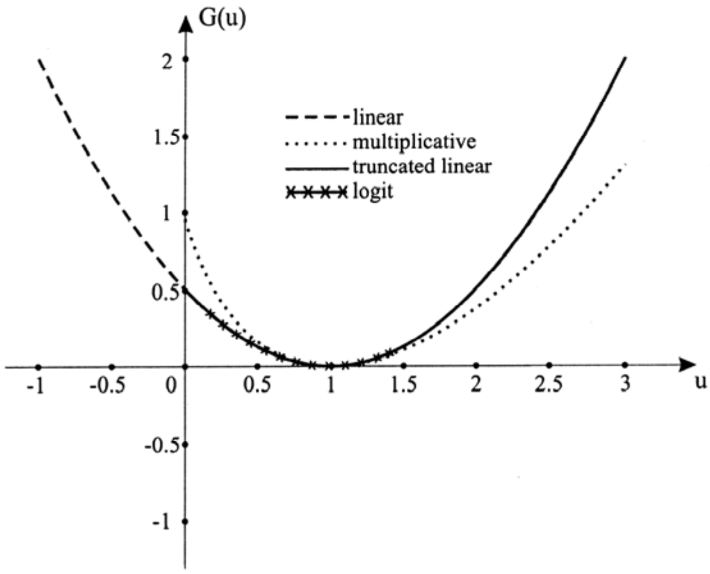


Figure 2: Different types of distance functions



4. C L A N – A SHORT REVIEW

CLAN is a program developed by Swedish experts Mr. Claes Andersson and Mr. Lennart Nordberg. This program has been written in SAS macro language and has been *designed to compute point and standard error estimates in sample surveys.*

CLAN computes an estimate of the unknown parameter and an estimate, based on Taylor linearization, of standard error. The Horvitz – Thompson (H-T) estimator and/or the calibration or GREG estimator can be used for estimation of unknown parameters.

It is very important to say that CLAN uses a method with linear calibration function. However, there is possibility to use truncated linear method as well. In all following procedures we will use a linear method.

Uses of auxiliary information in order to improve the precision of estimates and/or reduce the nonresponse bias are crucial problems in sample survey estimation.

One approach is to use auxiliary information at the design level of a survey to create a sampling design that increases the precision of the H-T estimator.

Softwares like CLAN allow the user to specify marginal sums to be calibrated without the need to work out the exact form of the estimator. This approach is to use auxiliary information at the estimation.

Another approach is to use auxiliary information in the definition of the sampling plan, for example PPS sampling.

4.1 The GREG-estimator

A sample *s* of size *n* is taken from a finite population *U* of size *N*, according to the design *p(s)* with including probabilities π_k, $k \in U$. We would assume that design *p(s)* is simple random sampling without replacement within strata and sampling units are elements (or cluster of elements). This means that $\pi_k = n_h N_h^{-1}$, when element *k* belongs to stratum *h*.

Due to nonresponse only the set of respondents *r* of size *m* is recorded. The (unknown) response probability of object *k* is denoted by θ_k. In CLAN the $\hat{\theta}_k$ is calculated as $m_h n_h^{-1}$.

The GREG-estimator of $t_y = \sum_U y_k$ is obtained as $\hat{t}_y = \sum_r w_k y_k$ where

$$w_k = \left(1 + \left(\mathbf{t}_x - \hat{\mathbf{t}}_x\right)^T \left(\sum_r \frac{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^T q_k}{\pi_k \hat{\theta}_k} \right)^{-1} \mathbf{x}_k q_k \right) \times \frac{1}{\pi_k \hat{\theta}_k} = \frac{g_k}{\pi_k \hat{\theta}_k} \tag{3}$$

$\mathbf{x}_k = (x_{1k},...,x_{hk})^T$ is a value of the *k–th* element of auxiliary vector **x**, and

$$\hat{\mathbf{t}}_x = \sum_s d_k \mathbf{x}_k \tag{4}$$

By choosing w_k in this way we also get $\hat{\mathbf{t}}_{wx} = \sum_{\mathbf{r}} w_k \mathbf{x}_k = t_x$, i.e. when $\mathbf{x}_k$ is used instead of y_k we get the known totals $\mathbf{t}_x$. Thus the GREG-estimator is a special case of the calibration estimator.

It is important to know that there is no guarantee that the weight w_k will always be non negative.

5. RETAIL TRADE SURVEY IN SERBIA

Until 1992, domestic trade survey statistics was based on full coverage of units both in social and private sector. Due to the expansion of the private sector which started in 1989, which had especially strong impact on trade sector, since 1992 the Statistics has applied sampling method in order to provide data for private enterprises engaged in trade and private trade shops.

Retail trade survey is conducted as monthly and quarterly survey. The aim of this survey is to get turnover estimate for an appropriate month.

5.1 Retail Trade Survey until 2006

Until 2007 the sample was stratified PPS. Stratification was according to size. For sampling surveys conducted in 2005 and 2006 the frame was constructed by Department for domestic trade, according to tax evidence from the first six months in 2004. Units were stratified according to the tax variable into six strata and one stratum consisted of extreme units (according to the tax value). Sample was stratified PPS. Sample was drawn using the Lahiri method. Sample for monthly survey consisted of 400 units, and for quarterly 1000 units. Sample for monthly survey is a subsample of quarterly survey sample.

The main problem of this sample design large number of substitutes. In 2006 out of 1000 number of substitutes was around 200.

In order to overcome this problem, simplify the sampling plan and enable sampling rotation, the sample design was revised in 2007.

5.2 Retail Trade Survey in 2007

The sampling frame for Retail Trade Survey in 2007 was almost the same as for 2005 and 2006.

The only frame changes were related to addition of new units or exclusion of non existing units, caused by newly opened enterprises or enterprise reorganizations.

In order to get more up-to-date data the frame was merged with Statistical business register (SBR), state December 31st 2005, and with final accounts for 2005. After this linkage, the number of employees and the cost of merchandise sold were attached to the frame units. All unit had values for tax, and most of them had values for turnover and cost of merchandise sold. These variables could not be used to distinguish retail trade economic activities form other activities. However, under the assumption that the frame was constructed for retail trade survey, these variables could be considered as a measure of economic importance of units.

Extreme units were marked according to the tax and turnover from SBR and stratified in one stratum. These units were considered as census units.

The non extreme frame units were stratified according to cost of merchandise sold, number of employees and territory. The final number of strata was 67 for quarterly and 60 for monthly survey.

Sample allocation among strata was obtained with multivariate and multi-domain method [Bethel]. The auxiliary variable used for sample allocation (variable of interest) was tax. The mean and variance were calculated using data in the frame. In order to avoid substitutes, the sample was increased by 20%. Maximum planned error limit was defined as 14%.

To every unit in the frame a permanent random number (PRNUM) in the range (0, 1] was attached. SRSWOR sample from each stratum was selected using these PRNUMs.

6. ESTIMATION

The aim of this survey is to get estimates for the monthly turnover in retail trade. The task was to estimate the turnover for the pervious and for the current month. From 2007, as estimation procedure calibration technique is used. For checking the accuracy of the new estimates, December 2006 estimates were used, derived according to the old sample design and the old estimation procedure. For Department for domestic trade tolerable difference between the turnover estimate (December) by new method and the already derived estimate for December was 5%. In order to proceed with estimation the frame was divided into two subsets:

- Subset A with extreme units,
- Subset B with all other units.

For all these units' value for tax paid was available and for most of them values for turnover and for cost of merchandise sold were available too.

6.1 Calibration procedure No.1

Step 1

Choose appropriate auxiliary variable. For this, two possible choices were considered: one was paid tax and the other was turnover from final accounts, state December 31st 2005. It was supposed that turnover data was more appropriate than tax value data because it was more up to date. Correlation between turnover and tax paid was around 60%.

Step 2

Subset B was divided into two subsets:

- Subset B_1 with units which had turnover as a missing value,
- Subset B_2 with units which had data about turnover.

Step 3

In order to determine appropriate calibration constrains, the turnover total was calculated for Belgrade, Central Serbia and Vojvodina and number of units per mentioned territories were determined as well. All these constrains were related to the subset B_2.

To conclude, the constrains, for calibration procedure No.1, are:

- The estimated number of units per territory equal to the number of units per territory in the frame;
- The estimated turnover total per territory equal to the turnover total per territory in the frame.

Step 4

Final weights were:

- For extreme units 1;
- For units with missing turnover initial weights and
- For others calibrated weights.

The results for the pre report month December 2006 and report month January 2007 were obtained. Estimated value for December 2006 was out of acceptable range.

6.2 Calibration procedure No. 2

This procedure differs form the previous, because another one auxiliary variable, cost of merchandise sold for units with missing value for turnover, was used. Final weights were:

- For extreme units 1;
- For units with missing turnover calibrated weights according to cost of merchandise sold;
- For other units (units with turnover data) calibrated weights according the turnover.

6.3 Testing of chain indices

After this procedure, pre report month result was in acceptable range and chain indices calculated as ratio between monthly turnovers, estimated with this procedure, were published.

In order to test chain indices (Jan07/Dec06, Feb07/Jan07, and Mar07/Feb07) behavior, which were calculated as ratio between monthly turnovers, which were estimated using the H-T estimates, and mentioned calibration procedures. Results are given in the following table:

Table 2. *Different chain indices*

	Jan07/Dec06	Feb07/Jan07	Mar07/Feb07
H-T procedure	78.9	101.5	123.8
Calibration procedure No1	80.5	102.9	125.3
Calibration procedure No2	79.8	102.5	124.4

From this short time series, it could be noticed that, from indices point of view, there is no matter which method was used. Calibration procedure no.2 yields acceptable totals and acceptable indices, while calibration procedure no.1 and H-T estimates only yield acceptable chain indices.

7. CONCLUDING REMARKS

It could be concluded that calibration technique is a very useful tool in estimation procedure. The choice of adequate auxiliary variables has been the most difficult step in calibration. But this experience will be very useful for further job and knowledge.

As for chain indices behaviour, longer series were needed to draw a firm conclusion. It is expected at the end of this year.

REFERENCES

(1) Bethel, J (1989) *Sample Allocation in Multivariate Surveys,* Survey Methodology, No.15, pp.47-57

(2) Devile, J.C. and Särndal, C.E. (1992) *Calibration Estimators in Survey Sampling*, JASA, Vol.87, No.418, pp.376-382

(3) Deville, J.C., Särndal, C.E., Sautory, O. (1993) *Generalized Raking Procedures in Survey Sampling,* JASA, Vol.88, No.423, pp.1013-1020

(4) Hedlin, D. (2004) *Business Survey Estimation,* Statistics Sweden, Örebro

(5) Särndal, C.E., Lundström, S. (2006) *Estimation in Surveys with Nonresponse,* John Wiley & Sons, Ltd, England

(6) Vanderhoeft, C. (2001) Generalized *Calibration in Statistics Belgium*, Statistics Belgium

Marija Panovic,Statistical Office of the Republic of Serbia

PREDICTION OF INDICES OF INDUSTRIAL PRODUCTION FOR SMALL ENTERPRISES IN SERBIA IN 2007 USING DURBIN-LEVINSON ALGORITHM

ABSTRACT

The monthly industrial sample survey for small enterprises in Serbia is carried out in order to obtain data on economic activities of enterprises which are not included in regular monthly survey. We estimate monthly index of industrial production for these enterprises and correct total monthly index. The aim of this paper is to present results for previous three years and attempt of applying the Durbin Levinson Algorithm for prediction. The predicted value will be index for march 2007.

Key words: *the monthly industrial sample survey, index of industrial production for small enterprises, Durbin Levinson Algorithm*

1 INTRODUCTION

The industrial sample survey on small enterprises has been conducted in monthly periodicity since 2004. Its purpose is to supplement regular monthly industry survey. This paper will present the survey and the application of an algorithm from theory of stationary time series, called the Durbin Levinson algorithm. This algorithm, based on the results from previous months predicts the index of industrial production value for the next month. The official statistical program X-11-ARIMA could not be used for this purpose, since the minimum length of the time series it demands is five years.

2 INTRODUCTION TO THE SURVEY

The object of the survey is to obtain:

- Data on income realized from sale of products and services (in previous year and in current month)
- Number of employees in total and number of employees in production.

Additionally, the survey provides data on reporting unit's attitudes (worse, the same, better) towards trends in relation to the previous month, information concerning product's disposal, new orders, raw material's purchase, fuel and economic policy.

Data is collected by postal and telephone, and by e-mail since 2006.

2.1 Population and frame

Population of interest consists of enterprises not included in regular industrial survey, dealing with Manufacturing activities (NACE 1 divisions 15-37) and that have less than 50 employees. The frame is constructed using: balance sheets for the year *t-2* where *t* is the reference year of the survey, Statistical Business Register (SBR) state December year *t-2* and address-book of the regular industrial surveys for year t. linking this data by enterprise identity number, a set of enterprises satisfying the following conditions is obtained:

- Enterprises have submitted the balance sheet;
- Enterprises have the ID number in the files of SBR;
- Prevailing activity of enterprises according to SBR belongs to the field of manufacturing (divisions 15-
- 37 NACE rev.1);
- Enterprises have less than 50 employees according to the balance sheet, and in 2007 according to SBR;
- Enterprises are not included in monthly and annual surveys of the industry.

The final frames were formed by excluding 5% of the smallest enterprises according to the income from sale of products in the year 2004 and 2005 and according to the material costs in the year 2006 and 2007 (balance sheet for the year *t-2*). Balance sheets for 2004 and 2005 do not have revenue from sale of goods and services (income from sale of products). Instead of this data, the data on material cost was used, because material costs is highly correlated with income from sale of products for small industrial enterprises.

2.2 Sampling plan

Stratified simple random sampling was used in this survey. In 2004 and 2005 the stratification was according to size. In 2006 and 2007 the stratification was according to size and territory (Belgrade, Central Serbia without Belgrade and Vojvodina). The size was determined by income from sale of products in 2004 and 2005 and by material costs in 2006 and 2007.

2.3 Sample allocation

Neyman`s allocation method was used for the sample allocation. In 2004 and 2005, the data on income from product sales was used as auxiliary variable. In 2006 and 2007, for the purposes of auxiliary variable material costs were used. The planned sample is about 350 units.

2.4 Estimation

The estimates were obtained in a standard way for stratified simple random sampling. Estimates are provided for totals and their ratios as well as for their standard errors. Monthly income realized from products and services sale has been reduced to constant prices. The value of the income has been calculated in average prices of the previous year. In this calculation, indices of producers prices of industrial products for the current month with respect to the previous year's average were used.

We estimate the index of industrial production in the month of the current year with respect to the previous year's average. This index is obtained as ratio between corresponding total incomes from sale of products and services.

2.5 Corrected index of industrial production

The estimate of index of industrial production in the current year's month with respect previous year's average is obtained from the sample of small enterprises. Index of industrial production is also calculated according to regular monthly report. These indices are weighted by enterprises` share in income realized from the products` sale of total manufacturing as in balance sheets. For 2006 and 2007, these shares are estimated on the basis of material costs` share of appropriate enterprises` sets in total manufacturing. By adding these weighted indices we get the corrected index of industrial production for manufacturing. The final result is corrected total monthly index of industrial production.

3 TIME SERIES

3.1 Definitions

A **time series** is a set of observations x_t , each one being recorded at a specific time t. Each observation x_t is a realized value of a certain random variable X_t .The common decomposition models for time series are additive and multiplicative models with the following components: trend, cycle, seasonal component, effects of calendar and random noise component. **Trend** is time series behavior in long time period. **Cycle** is a smooth, quasi-periodical time series movement during long-term trend. **Seasonal component** is time series intra-year fluctuation that is more or less stable year after year. **Random noise component** includes residual and random series fluctuations. **Seasonal adjustment** is a process of estimating seasonal components and removing them from the original data.

3.2 Seasonal adjustment

Official statistics in Serbia use X-11-ARIMA method for seasonal adjustment. Using this method we eliminated both trend-cycle and seasonal components in the multiplicative model

$$X_i = T_i * C_i * S_i * I_i$$

X-original series, T-trend, C-cycle, S-seasonal component, I-random noise component.

The first step was to reduce indices to the values with respect to the average monthly income for the year 2005 (the same base year, 2005).

Table 1. *Original data, trend-cycle component and seasonal adjusted index*

4 THE DURBIN-LEVINSON ALGORITHM

4.1 Definition

Loosely speaking, a time series $\{X_t\ ,\ t=0,\ \pm 1,\ \ldots\}$ is said to be stationary if it has statistical properties similar to those of the "time-shifted" series $\{\ X_{t+h}\ , t=0,\pm 1 \ldots\}$ for each integer h.

Definition 4.1.1 Let $\{X_t\}$ be a time series $E\ X_t^2 < \infty$. The **mean function** of $\{\ X_t\}$ is $\mu_X(t) = E\ X_t.$

The **covariance function** of $\{\ X_t\ \}$is

$$\gamma_X(r,s)=Cov\ (X_r\ ,\ X_s)=E\ [(X_r -\ \mu_X(r)\ )(\ X_s -\ \mu_X(s)\ )]$$

for all integers r and s.

Definition 4.1.2 $\{\ X_t\}$ is (**weakly**) **stationary** if

(i) $\mu_X(t)$ is independent of t, and

(ii) $\gamma_X(t+h,t)$ is independent of t for each h.

Remark1. In following text term *stationary* will mean weakly stationary as in definition 4.1.2, unless we specifically indicate otherwise.

Remark2. In view of condition (ii), whenever we use the term covariance function with reference to a *stationary* time series $\{X_t\}$ it will mean the function γ_X of *one* variable, defined by

$$\gamma_X(h) := \gamma_X(h,0) = \gamma_X(t+h, t).$$

The function γ_X (.) will be referred to as the autocovariance function and $\gamma_X(h)$ as its value at *lag h*.

Definition 4.1.3 Let$\{X_t\}$be a stationary time series .The **autocovariance function** (ACVF **)** of $\{X_t\}$ is

$$\gamma_X(h) = Cov\,(X_{t+h}, X_t).$$

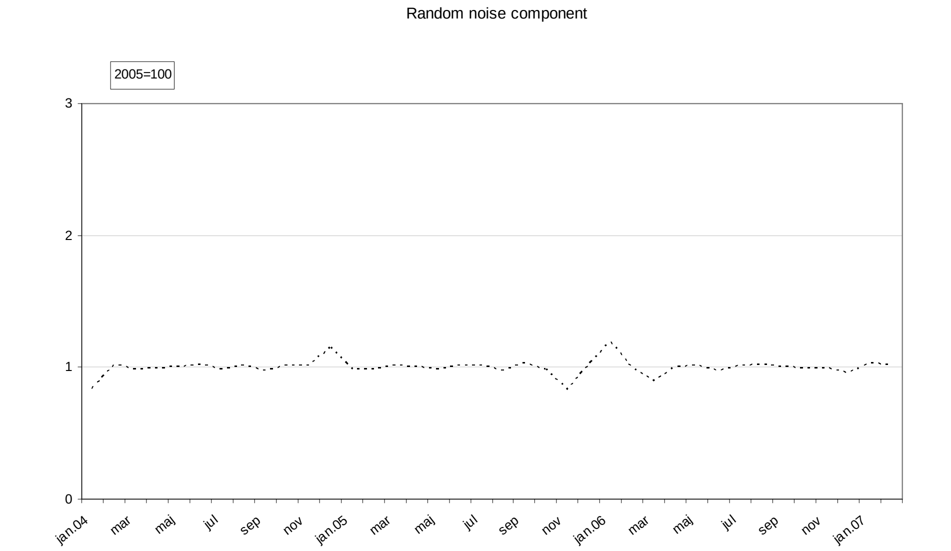
The **autocorrelation function** (ACF) of $\{X_t\}$ is

$$\rho_X \equiv \frac{\gamma_X(h)}{\gamma_X(0)} = Cor\,(X_{t+h}, X_t).$$

4.2 X-11-ARIMA output

After estimating and removing trend, cycle and seasonal component we calculated irregular noise component $\{I_t\}$. $\{I_t\}$ is a stationary time series, so we can use results from theory of stationary time series.

Table 2. *Irregular noise component-stationary time series*



4.3 Forecasting stationary time series

We now consider the problem of predicting the values X_{n+h}, $h>0$,of a stationary time series with known mean μ and autocovariance function γ in terms of the values $\{X_n ,...,X_1\}$, up to time n. Our goal is to find *linear combination* of $1, X_n , X_{n-1} ,..., X_1$, which forecasts X_{n+h} with minimum mean squared error. The linear predictor will be denoted by P_nX_{n+h} and has the form

$$P_nX_{n+h} = a_0 + a_1 X_n +...+ a_n X_1 \qquad (1)$$

It remains only to determine coefficients $a_0 ,\dots,a_n$, by finding the values that minimizes

$$S (a_0 ,..., a_n)= E (X_{n+h} - a_0 - a_1 X_n -...- a_n X_1)^2 . \qquad (2)$$

Since S is quadratic function of $a_0 ,\dots,a_n$ and is bounded below by zero, it is clear that there is at least one value of ($a_0 ,\dots,a_n$) which minimizes S and at the minimum ($a_0,\dots,a_n$) satisfies the equations,

$$\frac{\partial S(a_0,...,a_n)}{\partial a_j} =0, j=0...n . \qquad (3)$$

Evaluation of the derivates in equations (3) gives the equivalent equations,

$$E [X_{n+h} -a_0 - \sum_{i=1}^{n} a_i X_{n+1-i}] =0 \qquad (4)$$

$$E [(X_{n+h} -a_0 - \sum_{i=1}^{n} a_i X_{n+1-i}) X_{n+1-j}] =0 , j=1,...,n \qquad (5)$$

These equations can be written in vector notation as

$$a_0 = \mu (1 - \sum_{i=1}^{n} a_i) \qquad (6)$$

and

$$\Gamma_n \boldsymbol{a}_n = \gamma_n (h) \qquad (7)$$

where

$$\boldsymbol{a}_n = (a_1 ,..., a_n)' ,$$

$$\Gamma_n = [\gamma (i-j)]_{i,j=1}^{n} ,$$

and

$$\gamma_n = (\gamma (h), \gamma (h+1),..., \gamma (h+n-1))' .$$

Hence,

$$P_n X_{n+h} = \mu + \sum_{i=1}^{n} a_i (X_{n+1-i} - \mu) \qquad (8)$$

where $\mathbf{a}_n$ satisfies (7). From (8) the expected value of the prediction error $X_{n+h} – P_n X_{n+h}$ is zero and mean square prediction error is therefore

$$E(X_{n+h} - P_n X_{n+h})^2 = \gamma(0) - 2\sum_{i=1}^{n} a_i \gamma(h+i-1) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_i \gamma(i-j) a_j$$

$$= \gamma(0) - \boldsymbol{a}_n' \gamma_n(h) \tag{9}$$

where the last line follows from (7).

Prediction of Second-Order Random Variables

Suppose now that Y and $W_n, \ldots, W_1$ are *any* random variables with finite second moments and that the means $\mu = EY$, $\mu_i = EW_i$ and covariances $Cov(Y,Y)$, $Cov(Y,W_i)$, and $Cov(W_i, W_j)$ are all known. It is convenient to introduce the random vector $\boldsymbol{W} = (W_n, \ldots, W_1)'$, the corresponding vector of means, $\boldsymbol{\mu}_W = (\mu_n, \ldots, \mu_1)'$, the vector of covariances,

$$\gamma = Cov(Y, \boldsymbol{W}) = (Cov(Y,W_n), Cov(Y,W_{n-1}), \ldots, Cov(Y,W_1))',$$

and the covariance matrix,

$$\Gamma = Cov(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{W}) = [Cov(W_{n+1-i}, W_{n+1-j})]_{i,j=1}^{n}.$$

Then by the same arguments used in calculation of $P_n X_{n+h}$, the best linear predictor of Y in terms of $\{1, W_n, \ldots, W_1\}$ is found to be

$$P(Y \mid \boldsymbol{W}) = \mu_Y + \boldsymbol{a}'(\boldsymbol{W} - \mu_W) \tag{10}$$

where $\mathbf{a} = (a_1, \ldots, a_n)'$ is any solution of

$$\Gamma \boldsymbol{a} = \gamma \tag{11}$$

The mean squared error of the predictor is

$$E[(Y - P(Y \mid \boldsymbol{W}))^2] = Var(Y) - \boldsymbol{a}'\gamma \tag{12}$$

The function $P(\cdot \mid W)$, which converts Y into $P(Y \mid W)$, is called a **prediction operator.** The operator P_n defined by equations (7) and (8) is an example with $\boldsymbol{W} = (X_n, X_{n-1}, \ldots, X_1)'$.

4.4 The Durbin-Levinson algorithm

If $\{X_t\}$ is a zero-mean stationary series with autocovariance function $\gamma(\cdot)$ then equations (10) and (11) completely solve the problem of determining the best linear predictor $P_n X_{n+h}$ in terms of $\{X_1, \ldots, X_n\}$. The direct approach requires the determination of a solution of a system of n linear equations, which for large n may be difficult and time-consuming. It would be helpful if the one-step predictor $P_n X_{n+1}$ based on n previous observations could be used to simplify the calculation of $P_{n+1}X_{n+2}$, the one-step predictor based on $n+1$ previous observations.Prediction algorithm that utilize this idea are said to be recursive. One important example is the Durbin-Levinson algorithm.

We know from (10) and (11) that if the matrix Γ_n is nonsingular, then

$$P_nX_{n+1}=\phi_n^{'} X_n = \phi_{n1} X_n +...+ \phi_{nn} X_1 ,$$

where

$$\phi_n = \Gamma_n^{-1} \gamma_n ,$$

$\gamma_n = (\gamma(1),..., \gamma(n))^{'}$, and the corresponding mean squared error is

$$\upsilon_n : = E(X_{n+1}- P X_{n+1})^2 = \gamma(0)- \phi_n^{'} \gamma_n .$$

A useful sufficient condition for nonsingularity of *all* the autocovariance matrices, $\Gamma_1, \Gamma_2,...$ is $\gamma(0)>0$ and $\gamma(h) \to 0$ as $h \to \infty$.

<u>The Durbin-Levinson algorithm:</u>

The coefficients ϕ_{n1} ,... , ϕ_{nn} can be computed recursively from the equations

$$\phi_{nn} = \left[\gamma(n) - \sum_{j=1}^{n-1} \phi_{n-1,j}\gamma(n-j) \right] \upsilon_{n-1}^{-1} \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{n1} \\ . \\ . \\ . \\ \phi_{nn-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{n-1,1} \\ . \\ . \\ . \\ \phi_{n-1,n-1} \end{bmatrix} - \phi_{nn} \begin{bmatrix} \phi_{n-1,n-1} \\ . \\ . \\ . \\ \phi_{n-1,1} \end{bmatrix} \tag{14}$$

and

$$\upsilon_n = \upsilon_{n-1} \left[1 - \phi_{nn}^2\right] \tag{15}$$

where $\phi_{11} = \gamma(1) / \gamma(0)$ and $\upsilon_0 = \gamma(0)$. (For the proof see Brokwell P.J. and Davis R.A. (1996), p.68)

4.5. Application of Durbin Levinson algorithm

Irregular noise component $\{ I_t \}$ is a stationary time series with mean μ . If $\{X_t\}$ is defined by

$X_t = I_t - \mu$

then $\{X_t\}$ is zero-mean time series and the linear predictor of any random variable in terms of $1, I_n, \ldots, I_1$ is the same as the linear predictor in terms of $1, X_n, \ldots, X_1$, because the collection of all linear combinations of $1, I_n, \ldots, I_1$ is the same as the collection of all linear combinations of $1, X_n, \ldots, X_1$. Denoting this predictor with P_n and applying P_n to the equation $I_{n+h} = X_{n+h} + \mu$ gives

$P_n I_{n+h} = P_n X_{n+h} + \mu$.

Thus the best linear predictor of I_{n+h} can be determined by finding the best linear predictor of X_{n+h}.

And then adding μ .

The algorithm was implemented in MATLAB due to this program's simple vector and recursive formulae manipulation abilities.

The problem was to calculate $\gamma(n)$, where n is the length of the series. Using SPSS time series model determination we concluded that time series $\{I_t\}$ is roughly MA(3) process. From the theory of MA(3) process, it follows that the value of autocovariance function is zero after three steps.

4.6. Results

In April 2007, when we had index for March from the survey, we repeated the preparing steps for seasonal adjustment on new time series. In X-11-ARIMA output, the value for irregular noise component for March was **0.989226** and the predicted value by Durbin Levinson algorithm was **0.986407.** From new time series we calculate the trend cycle component for March and when we multiplied that value with predicted value for irregular noise component we obtained **146.48.** The index for march 2007, estimated from the sample, was **146.9**.

The mean squared prediction error was 0.0017.

5. CONCLUSION

The Durbin Levinson algorithm is a recursive algorithm for zero mean stationary time series. The time series obtained from the survey is not stationary, and that is why we separate the irregular noise component, which is stationary. We predict the value for this component by means of Durbin Levinson algorithm.The value obtained by Durbin Levinson prediction algorithm is close to the value obtained by the survey. Therefore, we conclude that prediction values can be used as control values for the survey results. In future, we plan to calculate predictions every time when we want to change something in methodology. That way, we hope to achieve more control in estimation.

REFERENCES

(1) Brokwell P.J. and Davis R.A. (1996), *Introduction to Time Series and Forecasting*, Springer-Verlag, New York

(2) Djeric N., Radanov-Radicev M. (2006), *Seasonal adjustment methods-theoretical and programming development and implementation in Serbian statistics* p. 76-90, Statistical Review vol. 1-4, Serbian Statistical Society

(3) Kircanski. A. matlab program for callculation

(4) Malisic J. (2002), *Time Series*, The Faculty of Mathematics, Belgrade

PREDVIĐANJE INDEKSA INDUSTRIJSKE PROIZVODNJE MALIH PREDUZEĆA U SRBIJI DURBIN-LEVINSONOVIM ALGORITMOM

REZIME

Cilj mesečnog istraživanja industrije za mala preduzeća iz sektora prerađivačke industrije je da se na bazi uzorka prikupe podaci o ekonomskim aktivnostima skupa preduzeća koja nisu obuhvaćena redovnim mesečnim istraživanjem. Ocenjuje se mesečni indeks proizvodnje za mala preduzeća i koriguje mesečni indeks industrijske proizvodnje ukupno. U ovom radu prikazani su kratka metodologija istraživanja, rezultati za prethodne tri godine i pokušaj primene Durbin-Levinsonovog algoritma za predviđanje indeksa industrijske proizvodnje za mart 2007.

Ključne reči: *mesečno istraživanje industrije za mala preduzeća, indeks industrijske proizvodnje, Durbin-Levinsonov algoritam*

Dragana Paunovic, Statistical Office of the Republic of Serbia

OVERVIEW OF METHODS OF SMOOTHING RAW PROBABILITIES OF DYING IN CONSTRUCTING COMPLETE LIFE TABLES

ABSTRACT

The paper deals with a problem from vital demography statistics. The goal of the paper is to review different methods of smoothing raw probabilities of dying that are used in constructing life tables for the population of the Republic of Serbia. Probabilities of dying (q'x) are determined by Lexis's schemes. These probabilities show some irregularities that are result of errors in data collection . Also, it may happen that we do not have these probabilities for some ages when we construct life tables for small territories. Procedure for smoothing or imputing must satisfy the condition that the smoothed/imputed probabilities are as close as possible to initial probabilities of dying.

1 INTRODUCTION

Complete life tables show in which way the number of 100000 people, born at the same time, would decrease and, after a certain period, totally extinct. Usually, when we calculate tables of mortality, we assume that the life span is 100 years.

Complete life tables are used by insurance company, for calculating and determining level of premium and for planning the social development in the future.

In order to elaborate complete life tables, we require data on live-born children and the data on age-sex structure of deaths gained from vital statistics and also the data on age-sex structure of the population gained from census population. The number of deaths is required for three successive calendar years around the population census. That is why we elaborate complete life tables ones in ten years, for the census population year.

Since we collect the required data, we form database using these data. According to the formed database we calculate the number of persons alive *(Lx)* and the number of deaths *(Tx)*. Formulas for calculating those data are determined by Lexis's schemes. The raw probabilities of dying are calculated by using Becker-Zeuner method. There are certain irregularities in raw probabilities of dying which we try to exceed by smoothing them. After calculation of the smoothed probability of dying, we determine other biometrics functions: probability of surviving (p_x), number of surviving (l_x), number of deaths (d_x), total number of persons alive (N_x) and life expectancy (e_x).

2 GENERAL ASSUMPTIONS IN CONSTRUCTING COMPLETE LIFE TABLES

- Mortality of the population at the years that are taken, as base for life tables should not be very high or very low according to the adjacent years

- It is necessary to have precise data on age-sex structure of the population (based on census)

- Number of persons alive (of all ages) have to present sufficiently significant values and if that is not the case, then we have to consider expended interval of years

- Migrations are not taken into consideration because life tables are constructed for a short period and for a large district (country or region) with slightly migrations influence on the values of death probability

3 POSSIBLE MISTAKES DUE TO DATA COLLECTION

The raw probabilities of dying are defined as a relationship between *Lx* and *Tx:*

$$q'_x = \frac{T_x}{L_x}$$

These probabilities indicate certain irregularities which appeared due to errors in data collection. The errors usually originate from few reasons:

- accuracy of collected statistical data is insufficient (for instance, there can be some misreporting regarding the age of dead person) – **manipulative errors**

- relatively small number of observation for some old age which cannot be prevented by taking into account distributed data in larger number of calendar years

- environmental influence i.e. various frequency of some diseases – **the accidental mistakes**

4. IDEA AND PURPOSE OF PROCEDURE OF SMOOTHING THE RAW PROBABILITIES OF DYING

Smoothing procedure is an act of transformation of the raw probabilities of dying by which we try to eliminate mistakes in raw probabilities of dying.

There are two ways of understanding the purpose of smoothing the raw probabilities of dying:

- **Statistical approach** assumes that raw probabilities of dying represent the sample from theoretically infinite population. The "real tables" from infinite population stay unknown. It is necessary to determine the most probable tables of mortality based on sample mentioned before.

- **Practical approach** begins from the idea that by applying the procedure of smoothing we need to construct tables which show certain tendencies and regulations and by that to try to adapt the values of raw and smoothed probabilities of dying as much as possible.

5. METHODS OF SMOOTHING THE RAW PROBABILITIES OF DYING

There are three groups of methods of smoothing:

1. **Graphic methods** represent graphic solutions of smoothing. We mark the age values *(x)* on abscissa and the values of raw probabilities of dying (q'_x) on ordinate and then we inscribe corresponding points in coordinate system. After that we connect those points and obtain a polygon in which the lines increase fast or slow, or sometimes they decrease slowly while we expect that probabilities of dying will increase constantly, at least from the certain age, for example, 12 years. Graph smoothing consists of drawing a curve, which represent the smoothed values. This is empirical method and somehow an arbitrary method so it is not recommended for use.

2. **Mechanical methods** of smoothing do not have a purpose to define a trend of probabilities of dying (surviving) by age (or of some other biometric function, for example lx) as some mathematical function does. With those methods we attend to obtain the smoothed values by using mathematical procedures, which are well determined and defined. During this smoothing process we also attend to adapt smoothed values of probabilities of dying to the raw ones, as much as possible.

3. **Analytical methods** proceed from “the law of mortality” that is given by mathematical function and it consists of certain parameters. Those parameters must be chosen in a way that raw probabilities of dying are adapted to the smoothed probabilities.

Theoretical studies and experience show that the same (mechanical) method cannot be used for the whole mortality progress of human life (from 0^{th} till 100^{th} years of life) and that there is no analytical function that can represent the whole mortality progress. Besides, some influences on progress of mortality, like frequency of accidents or possibility of treating some of the incurable diseases from the past (for example diabetes est.), cause changes regarding operations needed for smoothing in certain old age.

Problem in smoothing the raw probabilities of dying is very close connected with interpolation problem. The results of interpolation theory are used very often in mechanical and analytical methods.

6. METHODS OF SMOOTHING USED IN CONSTRUCTING THE COMPLETE LIFE TABLES FOR THE TERRITORY OF THE REPUBLIC OF SERBIA

The first complete life tables for the Republic of Serbia were elaborated in 1960. These tables referred to the years 1952-1954. After that life tables for this territory were elaborated every ten years i.e. for the years of population census 1961, 1971, 1981, 1991, and 2002. Methods of smoothing used in constructing these life tables were adapted to the quality of data collection. In other words, they were chosen in a way that by their applying we obtained the results which showed logic tendency of population mortality. The first life tables were elaborated under the supervision of dr Ivo Lah who performed the generalization of the most used method of smoothing in constructing the mortality tables known as Karup method. Beside this method, the method known as Gompertz-Makenham method was also often used in constructing the latest life tables.

6.1. Karup method

General form of Karup formula :

$$q_{x,n} = \frac{1}{2n^4} \sum_{\nu=0}^{n-1} (k_\nu z_\nu + k_{+\nu} z_{n+\nu} \qquad (1)$$

$$k_\nu = 2n^3 - 5n\nu^2 + 3\nu^3 , \qquad n=1,2,3,4,5,...$$

$$k_{n+\nu} = - \nu(n-\nu)^2 , \qquad n=1,2,3,4,5,.$$

$$z_0 = q'_x$$

$$z_\nu = q'_{x-\nu} + q'_{x+\nu} , \qquad \nu \neq 0$$

Index *n* presents the strength of the Karup formula.

Values $q'_{x,1}$ - $q'_{x,7}$ are calculated for every age value (x) and after that we choose the value which satisfy the relation:

$$\boldsymbol{L_x q_{x,k} - T_x = min \ (L_x q_{x,n} - T_x)}$$

We cannot apply The Karup formula for the values x = 0,1,2,3 and for the values x=4,…,12 we cannot use all seven Karup's formulas.

Serious lack of Karup formula regarding validation of obtained results is connected with inflection of raw probabilities of dying at the oldest population. Inflection is the consequence of significant effect of accidental mistakes and it is noticed as unreal fall and also stagnation of death probabilities of the ages from interval like 90-99 years. We cannot always change problem of inflection by using the Karup formula. Smoothed probabilities obtained by Karup formula for the highest age group always fail to accomplish adequate level or do not show regular growth with raising the number of age. According to those reasons, we use the Karup formula till the age of x = 80 years.

6.2. Gompertz-Makenham method

General form of Gompertz-Makenham formula:

$$\boldsymbol{\log p_x = a + b\, c^{x-70}} \qquad (2)$$

Parameters a, b, c are calculated based on three values p_{80}, p_{70}, p_{60}. We define p_x as value $p_x = 1 - q_x$, where q_x is the value of smoothed death probability calculated by using the Karup formula. Thus, the formulas for calculating these parameters are:

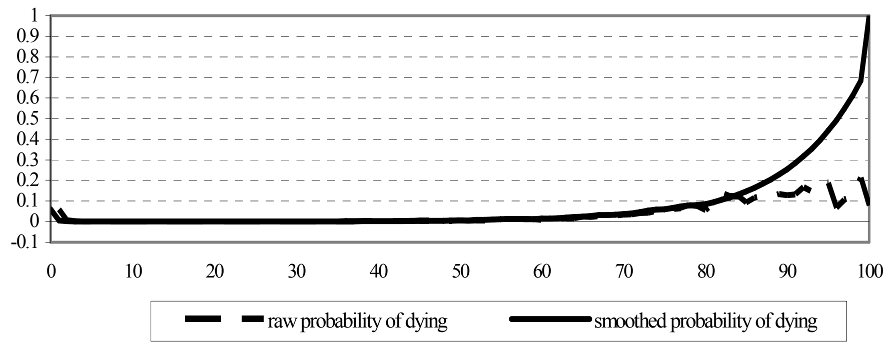
$$c = \frac{(log\ p_{80} - log\ p_{70})}{(log\ p_{70} - log\ p_{60})}$$

$$b = \frac{(\log p_{80} - \log p_{70})}{(c^{10} - 1)}$$

$$a = \log p_{70} - b$$

However, we do not gain satisfying results applying the system of formulas (1) and (2) for the ages over 80 and especially for the ages over 90 years. (Smoothed probabilities stay irregularly small or there are irregular leaps from series of probabilities.) Among other reasons, this irregularity appears because of the fact that, often, the smoothed probability q_{80} is irregularly very small.

PROBABILITIES OF DYING FOR MALE POPULATION IN KOSOVO AND METOHIJA 1981.



In order to find the adequate solutions for eliminating the irregularities, we did some proceedings during the process of constructing the complete life tables:

- We fixed the death probabilities for male and female sex for the territory of the Republic of Serbia, particularly at the age of 99 years. In order to calculate those values, we first calculated the average value of decrease of those probabilities from the previous three life tables and then we reduced the value of the death probabilities from the latest life tables by the average value that we calculated before. Probability of dying for the total population was calculated as average of the probabilities for male and female sex.

- Gompertz-Makenham model was adapted

$$\log p_x = a + b\, c^{x-69} \qquad (3)$$

by using the least squares method by values p_x on the interval x=69 till x=80, 81 or 82. Taking different ages as upper limit of interval for different contingents was depending on the fact which of three values of probability q_{80}, q_{81}, q_{82} was the most regular one. The probability q_{80} was often so small that the Gauss procedure for adapting the curve (3) did not converge on the interval x=69 till x=80 with initial values (that we determined in a certain way). Often, in those cases, one of the probabilities q_{81} or q_{82} was adequate (big enough), so that iterative procedure for the interval x=69 till x=81 or x=69 till x=82 converged in spite the fact that some of the probabilities (for example q_{80}) leaped from regular trend of series of probabilities on that interval.

Final smoothed probabilities for the interval x=69 till x=80 were taken as values obtained from the Karup formula, except for the already mentioned cases x=79 or x=80. In those cases, the values from function (3) were taken into account.

- The probabilities of dying for the interval x=69 till x=99 were calculated based on model of **exponential curve**:

$$\boldsymbol{q_x = b\, c^{x-80}}$$

$$b = \overset{(1)}{q}_{80}\,,$$
$$c = (q_{99} / q_{80})^{1/19}\,,$$

where $\overset{(1)}{q}_{80}$ represented the value calculated by applying the curve (3) and the value q_{80} taken in calculating the parameter c, was the smoothed probability of dying calculated by applying the Karup formula.

- During the process of smoothing the raw probabilities of dying we assumed that the probability of dying of 100 year old person was q_{100} = 1.Probabilities of dying of the persons older then 100 years was not calculated because of the unreliability and defectiveness of the available data and also, there was no theoretical or practical importance of this calculation.

- In previous life tables we could not gain the acceptable values of death probabilities by smoothing the raw probabilities of dying. The reasons for this was existence of the manipulative mistakes and small frequency of observed number of persons alive *(Lx)* and number of death *(Tx).* Therefore, those values were substituted for the corresponding values of probabilities of dying from the other areas which were more suitable to the natural development of death probabilities. During the construction of life tables for the territory of the Republic of Serbia, we noticed the accidental and manipulative mistakes for the territory of Kosovo and Metohija especially when reporting the age. We succeeded to remove the oscillation of the raw probabilities of dying by process of smoothing so that we did not have to exchange some of the less acceptable values as it was described before.

REFERENCES

(1) Breznik, D. (1977) , Demografija: analiza, metodi i modeli, Beograd

(2) Lah, I. (1960), Tablice mortaliteta 1952-1954 za FNRJ i Narodne Republike, Beograd

(3) Plavec, A. (1968), Tablice mortaliteta 1960-1962 za SFRJ i Socijalisticke Republike, Beograd

(4) Dobrinic, D. (1975), Tablice mortaliteta stanovnistva Jugoslavije 1970-1972, Beograd (1999)

(5) Maric, N. (1987), Tablice mortaliteta za SFR Jugoslaviju, Socijalisticke Republike i Socijalisticke Autonomne Pokrajine 1980-1982, Beograd

(6) Sekulic, Lj. (2002) Tablice mortaliteta za SR Jugoslaviju, Republike i Pokrajine 1990-1992, Beograd

PREGLED METODA IZRAVNAVANJA GRUBIH VEROVATNOĆA UMIRANJA U KONSTRUISANJU KOMPLETNIH TABELA ŽIVOTA

REZIME

Ovaj rad se bavi problemom iz vitalne statistike demografije. Cilj rada je da da pregled različitih metoda za ublažavanje grubih verovatnoća umiranja koji se koriste u konstruisanju, izradi tabela života za populaciju Republike Srbije. Verovatnoće umiranja (q'x) određene su Lexis šemama. Ove verovatnoće pokazuju neke nepravilnosti koje su rezultat grešaka u prikupljanju podataka. Takođe, može se desiti da nemamo ove verovatnoće za neka životna doba kada radimo tabele života za male teritorije. Procedure ublažavanja ili imputiranja moraju da zadovolje uslov da te ublažene/imputirane verovatnoće budu što je moguće bliže inicijalnim verovatnoćama umiranja.

OSVRTI

Dr Zdravko Šolak

POVODOM NOVIJIH POLEMIKA O ZDRAVSTVENOJ STATISTICI U SRBIJI

UVOD

Sakupljanje podataka koji se odnose na zdravlje stanovništva ima dugu tradiciju. U novije vreme raspolaganje takvim podacima postalo je ne samo unutrašnja potreba pojedinih zemalja već i neophodan uslov za njihovo uključenje u međunarodne analize i komparacije. Kada je Srbija u pitanju, imajući u vidu sadašnje stanje, vredelo bi ispitati da li su podsticaji za unapređenje zdravstvene statistike i napori koji se ulažu u podizanje kvaliteta njenih podataka u skladu s nesumnjivim društvenim značajem koji joj pripada. Iz drugog plana, iz senke, pojedina pitanja iz domena zdravstvene statistike ponekad privuku i pojačanu medijsku pažnju s komentarima koji često dobijaju prostor na prvim stranicama dnevnih listova. Polovinom 2007. godine rasprava o zdravstvenoj statistici u Srbiji poprimila je, na čas, karakter oštre polemike, najpre političke na visokom nivou, a zatim i stručne.

Tako se u polemici oko zdravlja i zdravstvene politike u Srbiji [»Zdravstvo nije crna rupa«, *Politika*, 11.09.2007, str. 10] javno raspravljalo, pored ostalog, i o skromnom setu podataka koji mogu da posluže za komparacije na međunarodnom planu. Uskoro se pojavio i stručni kritički osvrt kao reakcija na pomenuti tekst [»Istraživanja Instituta „Batut”«, *Politika*, 24.09.2007, str. 10], u kojem se daju dopunska obaveštenja o prikupljanju i publikovanju zdravstvenostatističkih podataka u Srbiji. Jedan od povoda za pokretanje rasprave o zdravstvenoj statistici u Srbiji, bitan argument kritike na kojem su se zasnivale nepovoljne ocene postojećeg stanja, bilo je i odsustvo podataka za Srbiju, u vreme kada je polemika pokrenuta, u međunarodno priznatim, javno dostupnim bazama podataka međunarodnih organizacija, pre svega, bazi *Health for all* Svetske zdravstvene organizacije.

Osvrt na novije polemike oko zdravstvene statistike u Srbiji možda je najbolje početi upravo imajući u vidu mogućnosti korišćenja domaćih zdravstvenostatističkih podataka u međunarodnim komparacijama.

DOMAĆA ZDRAVSTVENA STATISTIKA I MEĐUNARODNE KOMPARACIJE

Objedinjavanje podataka o zdravstvu i zdravstvenim sistemima pojedinih zemalja dobijalo je poslednjih godina znatne podsticaje na međunarodnom planu. Komparativna analiza zdravstvenih sistema pojedinih zemalja jedan je od mogućih pristupa u traganju za prihvatljivim rešenjima inače teško rešivih problema koji već duži niz godina opterećuju funkcionisanje zdravstva u mnogim zemljama. Obezbeđujući podatke za takve analize svaka zemlja i sama dobija. Istovremeno, izostavljanje neke zemlje iz takvih analiza usled nepostojanja odgovarajućih podataka o zdravlju i zdravstvu, njihove neažurnosti ili nezadovoljavajućeg kvaliteta, već samo po sebi traži objašnjenje.

Kada je o Srbiji (SRJ, SCG) reč, poslednjih godina pojavilo se nekoliko veoma temeljnih komparativnih studija u kojima je ona izostavljena. Tu pre svega treba navesti vredne monografije tima eksperata predvođenog renomiranim istraživačima u izdanju SZO [Saltman and Figueras (1997); World Health Organization (2002)]. U izveštaju Evropskog centra za zdravlje u društvima u tranziciji jugoistočne Evrope, u kom je izložena komparativna analiza za ovaj region, navedeno je da je pri sastavljanju tog izveštaja „prikupljanje podataka za Srbiju i Crnu Goru bilo je otežano pa dobijena slika nije potpuna” [*Pregled*, 17. juli 2003. str. 5].

Ipak, preoštra je ocena da o zdravlju stanovništva Srbija nema podataka koji omogućuju međunarodne komparacije. Kao primer moguće je navesti dve nove analize: komparativnu analizu zdravstvene potrošnje uz korišćenje podataka iz baze SZO [Vukajlović (2007)], kao i analizu stanja u balkanskim zemljama (Srbija je uključena) objavljenu krajem 2007. godine a rađenu u Svetskoj banci [Gragnolati, Bredenkamp and Mendola (2007)]. Osvrt na međunarodne analize podataka sadržan je i u referatu saopštenom na Kopaoničkoj školi prirodnog prava [Žarković (2005)]. Pravo pitanje odnosi se na opseg mogućih analiza na međunarodnom planu u koje bi Srbija mogla da bude uključena imajući u vidu podatke kojima se sada raspolaže. Najbolji način da se taj opseg vremenom proširi jeste obezbeđenje podataka neophodnih za izvođenje zdravstvenih indikatora definisanih i prihvaćenih u međunarodnim istraživanjima, uključenih u liste izveštaja koje korisnicima obezbeđuju priznate baze podataka, pre svega, baza WHO *Health for all.* [Pažnju svakako zaslužuje i baza zdravstvenostatističkih podataka: *OECD Health Data*. Ona sadrži podatke o zdravstvenim sistemima 30 zemalja članica. U osnovnim informacijama o ovoj bazi kaže se da korisnik, za oko 1200 indikatora, može da dobije informacije preko upita koje sam oblikuje u okviru mogućnosti koje pruža poseban modul.]

Ponekad se u međunarodnim analizama koriste i podaci koji se dobijaju studijom preseka. Podaci mogu da budu prikupljeni posebnim akcijama u okviru raznih projekata i programa ili kao poseban dodatak anketama čiji je glavni sadržaj usmeren ne na zdravstvene već na neke druge pojave (na primer, potrošnju domaćinstava i slično).

ZDRAVSTVENA STATISTIKA I UPRAVLJANJE ZDRAVSTVENIM SISTEMOM

Bez obzira na to što je sadržaj podataka koji se uključuje u međunarodne zdravstvenostatističke baze dosta širok, isključiva težnja da se udovolji samo takvim zahtevima bio bi preskroman cilj. U pitanju je ipak samo set ključnih podataka koji se najčešće odnose na zemlju u celini. Imajući u vidu sadašnje stanje sasvim je sigurno da zdravstvena statistika u Srbiji, njen sadržaj, kvalitet i pouzdanost podataka treba da budu značajno unapređeni. Jedan od najtežih zadataka koji bi trebalo ispuniti svakako je obuhvat morbiditeta hroničnih nezaraznih oboljenja. Nepoznavanje stope incidence tih oboljenja postavlja ograničenja na monogim poljima analize. S vremena na vreme, odsustvo evidencija o rizicima i obolelima dobije oštar medijski komentar [na primer, »Obolelih ima, evidencije nema«, *Politika*, 06.03.2001, str. 1].

Paralelizam u zdravstvenom sistemu Srbije ne bi trebalo da ima znatnijeg odraza na ažurnost i kvalitet zdravstvenostatističkih podataka. Nema razloga da pojave koje su predmet posmatranja, beleženja i izveštavanja, budu različito tretirane u zavisnosti od toga da li je pacijent posetio privatnu lekarsku oridinaciju ili je pomoć potražio u državnom zdravstvu. Ranije iskustvo svedoči o tome da ukoliko izostanu nadzor i kontrola problemi s obuhvatom mogu lako da se pojave [»Problemi lekara-statističara: Privatne klinike ne sarađuju«, *Politika*, 12.12.2001, str. 12].

Poboljšanje zdravstvene statistike u Srbiji zavisno je od stanja u kojem se nalazi sam zdravstveni sistem, nivoa odgovornosti i radne discipline, poštovanja etičkih normi, pa i od opšteg stanja u zemlji, kvaliteta drugih evidencija i slično. Neki sadašnji problemi viđeni su i prepoznati još ranije. O nekima od njih raspravljano je i na skupu – okruglom stolu: *Zdravlje, zdravstvo i zdravstvena statistika*, održanom u Novom Sadu 2002. godine u organizaciji Društva statističara Srbije – Kluba statističara Vojvodine. U izlaganju pojedinih učesnika bilo je reči o naporima da se održi i postojeća praksa skupljanja i objavljivanja zdravstvenostatističkih podataka. [Videti kratak osvrt: *Statistička revija*, god. LI, br. 1–2, str. 93.]

SOCIOMEDICINSKI I EPIDEMIOLOŠKI ZNAČAJ ZDRAVSTVENOSTATISTIČKIH PODATAKA

Sociomedicinski i epidemiološki značaj zdravstvenostatističkih podataka dolazi do izražaja ukoliko perspektivni planovi zdravstvene politike uključe i sprovođenje preventivnih programa. Takvih ideja i pokušaja bilo je u Srbiji tokom poslednjih decenija, mnogo. U tom slučaju bi na nivou okruga i opština, pa i samih naselja, trebalo statističkim obuhvatom relevantnih pojava obezbediti neophodnu informacionu osnovu kako bi se utvrdilo od čega ljudi u jednom naseljenom mestu umiru, od kojih bolesti boluju i koji rizici ugrožavaju zdravlje ljudi u tom naselju.

Kada je reč o mortalitetnoj statistici u Srbiji (umrli s obzirom na uzrok smrti), treba imati u vidu neophodnost stalne kontrole nacionalne prakse kodiranja uzroka smrti. Jedan od pokazatelja kvaliteta ovih podataka jeste i udeo *nedovoljno definisanih* stanja u ukupnom broju umrlih, koji, ukoliko je znatan, ograničava mogućnost korišćenja ovih podataka. Pri konačnom publikovanju podataka o umrlim licima prema uzroku smrti treba uvažiti niži teritorijalni nivo grupisanja (veća naseljena mesta, trogodišnji ili petogodišnji proseci za manja mesta). Stope smrtnosti, kao i standardizovane stope smrtnosti po starosti i polu, mogu se rutinski računati i publikovati po uzoru na praksu SZO i njene godišnjake.

Neki zdravstveni indikatori koji počivaju na mortalitetnoj statistici mogli bi, takođe, da budu deo rutinskih statističkih obrada u publikacijama o zdravstvenom stanju stanovništva. Njihov izbor mogao bi da sledi praksu međunarodnih organizacija koje publikuju podatke mortalitetne statistike (SZO, OECD, Svetska banka).

Povezivanje zdravstvenostatističkih podataka na nivou naselja s drugim podacima o različitim rizicima koji ugrožavaju zdravlje ljudi prikupljenih izvan zdravstva od posebnog je značaja. Podaci mortalitetne i morbiditetne statistike koji se odnose na neko mesto mogu da budu dovedeni u vezu s podacima o kvalitetu vode za piće, o sastavu zemljišta i prisustvu teških metala, jonizujućem zračenju, aerozagađenju, potrošnji hrane u domaćinstvima i navikama u ishrani.

ZDRAVSTVENA STATISTIKA I FINANSIRANJE ZDRAVSTVA

Uloga zdravstvene statistike dobija posebno na značaju ukoliko se finansiranje zdravstvene zaštite u jednoj zemlji oslanja na metode koji podrazumevaju upotrebu kolektivnih fondova. Uz takav pristup treba imati odgovore na bitna pitanja: ko i kako doprinosi fondovima, ko su korisnici, gde su prioriteti. Ukoliko se pri donošenju odluka o alokaciji resursa u zdravstvenoj zaštiti i definisanju kriterijuma pri izboru između različitih alternativnih upotreba oslonac traži u zdravstvenim potrebama stanovništva, sasvim je razumljivo da je visok kvalitet zdravstvenostatističkih podataka neophodan. Ako se uz to pri mobilizaciji resursa namenjenih zdravstvu primenjuje visok stepen centralizacije, jedan deo potencijalno konfliktnih situacija biće izbegnut ukoliko se isključe povodi za sumnju u kvalitet i pouzdanost statističkih podataka na kojima počiva distribucija – bilo da su u pitanju pojedini regioni, grupe oboljenja, socioekonomski stratumi, pojedina godišta i slično.

Poučan je primer upotrebe statitičkih podataka koji se odnose na broj lekara u Srbiji, na njihov višak. Članci tipa »Imamo lekara za ceo Balkan«, namenjeni najširoj javnosti, bez obzira na znatan prostor koji su dobijali u medijima, ostajali su nedorečeni. Uz tvrdnju o višku lekara nedostajala su jasna poređenja: da li je u pitanju višak u odnosu na zdravstvene potrebe stanovništva, mogućnost finansiranja, evropski prosek ili bliske susede. U pomenutom novijem članku, namenjenom takođe najširoj javnosti [Vukajlović (2007)], slični nedostaci su izbegnuti. Uz opširno komentarisanje zdravstvene potrošnje u Srbiji dat je i tabelarni prikaz u kojem su navedeni podaci za nekoliko zemalja na osnovu podataka SZO.

ZDRAVSTVENA STATISTIKA I PRAVO NA ZDRAVLJE

U novije vreme, pristup koji promociju prava na zdravlje uključuje u polaznu osnovu iz koje se izvodi koncept reforme zdravstva dobija pristalice u raznim delovima sveta. Pravo na zdravlje kao ljudsko pravo ustanovljeno je čuvenom *Opštom deklaracijom o ljudskim pravima* [Universal Declaration of Human Rights (UDHR)] u članu 25. U *Ustavu Srbije* članom 68. takođe je izrečeno: »Svako ima pravo na zaštitu svog fizičkog i psihičkog zdravlja«. Navedene su kategorije stanovništva koje imaju pravo na zdravstvenu zaštitu iz javnih prihoda ukoliko je ne ostvaruju na drugi način. Time su preuzete znatne obaveze. Pored ostalog to podrazumeva i stvaranje statističke osnove koja će omogućiti monitoring ostvarenja/neostvarenja prava na zdravlje, merenje zdravstvenog stanja, ispitivanje zdravstvenih nejednakosti, merenje satisfakcije građana zdravstvenom službom, ispitivanje varijacija zdravstvenog stanja stanovništva na malim područjima i slično.

Ukoliko domaća zdravstvena statistika ostane insuficijentna i bez mogućnosti da pruži pune podatke ove vrste, može se desiti da se u nekim budućim komparativnim studijama o ostvarenju prava na zdravlje, u analizama stranih i domaćih istraživača, uz ime Srbije pojavi oznaka »n.a.« koja ukazuje da podaci nedostaju. Zdravstveni sistem koji nije u stanju da pruži podatke za takve analize ugrožava svoju reputaciju. Treba imati u vidu da nepostojanje statističkih podataka o ostvarenju prava na zdravlje već samo po sebi predstavlja ugrožavanje prava jer lošije zdravstveno stanje minornih grupa i neprivilegovanih slojeva može da ostane neprimećeno u dužem periodu.

ZAKLJUČAK

Javna polemika o zdravstvenoj statistici u Srbiji polovinom 2007. godine, iako kratka i oštra, sama po sebi već je korak napred budući da je njome skrenuta pažnja javnosti na pitanja od nesumnjivog društvenog značaja. Stvarni napredak može se postići tek ako se rasprave o suštinskim pitanjima statističkog obuhvata pojava koje se tiču bolesti, zdravlja i rizika koji ugrožavaju zdravlje, uključe u programe stručnih i naučnih skupova, ako se tim pitanjima pozabave posebne istraživačke studije i rezultati publikuju u stručnim i naučnim časopisima, i naravno, ako usledi delotvorna akcija koja unapređuje, i po potrebi menja, postojeće stanje.

Najbolji dokaz da je napredak u podizanju kvaliteta zdravstvene statistike u Srbiji postignut biće korišćenje podataka – oslonac na njih pri formulisanju zdravstvene politike, kontroli njenog sprovođenja i oceni dostizanja planiranih ciljeva, a takođe i njihova upotreba u epidemiološkim i drugima analizama, kao i međnarodnim prikazima i komparacijama.

LITERATURA

(1) Brzanović, Ž. (2003), Povodom upozorenja saopštenih na XIX stručnoj konferenciji Gradskog zavoda za zaštitu zdravlja, *Zdravstvena zaštita*, Vol XXXII, br. 1, str. 83–5.

(2) Bredenkamp, C. and Gragnolati, M. (2007), *Sustainability of Healthcare Financing in the Western Balkans: An Overview of Progress and Challenges*, Policy Research Working Paper 4374, October 2007, The World Bank, Europe and Central Asia Region Human Development Department, http://econ.worldbank.org.

(3) OECD Health Data 2007.

(4) Saltman, R. B. and Figueras, J. (1997), *European health care reform: analysis of current strategies,* European series, 72. WHO, Regional office, Copenhagen.

(5) *Pregled*, »Siromaštvo skraćuje životni vek«, 17. juli 2003. str. 5.

(6) *Politika*, »Imamo lekara za ceo Balkan«, 28.05.2006, str. 11; »Zdravstvo nije crna rupa«, 11. 09.2007, str. 10; »Istraživanja Instituta „Batut”*,* 24.09.2007, str. 10.

(7) Vukajlović**, S. (2007),** *Iz ličnog ugla: Popušena dugovečnost, pare ili zdravlje, Vreme*, br. 884, 13. decembar 2007.

(8) World Health Organization (2002), *Funding health care: options for Europe*, European Opservatory on Health Care Systems Series, prevedeno na ruski: Финансирование здравохранения: альтернативы для Европы, »ВесьМир«

(9) HFA Data Base, WHO.

(10) Gragnolati, M., Bredenkamp, C. and Mendola, M. (2007), *The impoverishing effect of adverse health events: evidence from the western Balkans,* The World Bank Human Development Network Health, Nutrition and Population Team, December 2007, Public Disclosure Policy Research Working Paper 4444, http://d.repec.org/n?u=RePEc:wbk:wbrwps:4444&r=hea.

(11) Žarković, J. (2005), Zdravstvena zaštita i zdravstveno osiguranje u svetlu harmonizacije sa pravom EU*, Pravni život,* Vol. LIII, br. 9, str. 525–540.

Mr Ivana Ilić, Medicinski fakultet, Niš

56-TI KONGRES MEĐUNARODNOG STATISTIČKOG INSTITUTA (ISI)

Ove godine je održan 56. internacionalni statistički kongres u Portugaliji (u Lisabonu), u periodu 22-29. avgusta. Na kongresu je prezentovano više od 2000 radova.

Internacionalni statistički institut (ISI) osnovan je 1885. godine i predstavlja jednu od najstarijih asocijacija modernog doba koje pružaju profesionalnu statističku informaciju, unapređuju statističke metode i njihove primene u raznim oblastima. Sedište Instituta je u Holandiji, u gradu Vorburgu, nedaleko od Haga. Postoji sedam ISI sekcija, i to: Bernulijevo društvo (Bernoulli Society), Internacionalno udruženje za statističku edukaciju (International Association for Statistics Education), Internacionalno udruženje za zvaničnu statistiku (International Association for Official Statistics), Irving Fišerov komitet za statistiku Centralne banke (Irving Fisher Committee on Central Bank Statistics), koji predstavlja zasebnu sekciju, tzv. *transitional section*, Internacionalno udruženje za sprovođenje anketa (International Association of Survey Statisticians), Internacionalno udruženje za unapređenje statističkog softvera (International Association for Statistical Computing) i Internacionalno društvo za biznis i industrijsku statistiku (International Society for Business and Industrial Statistics). Na svake dve godine bira se nova uprava ISI-ja, tzv. *Izvršni komitet* (Executive Committee), kao i novi predsednik. Novi predsednik ISI-ja (od 2007. do 2009) jeste Lievesley, Denise A. (UK), a prethodni predsednik, od 2005. do 2007. godine, bio je Keiding, Niels (Denmark). Za informacije o predsednicima i radu sekcija kontaktirajte link http://isi.cbs.nl/sections.htm, a ako želite detaljnije informacije o članovima *Izvršnog komiteta* možete otići na adresu http://isi.cbs.nl/council.htm.

Ovaj kongres se održava svake dve godine. Naredni skup biće održan od 16. do 22. avgusta 2009. u Južnoj Africi, u Durbanu. (58. kongres ISI-ja održaće se u Irskoj, u Dablinu, 2011. godine).

Stručni tim koji je ove godine vršio izbor radova bio je u sledećem sastavu: Ivette Gomes, Carlos Marcelo, Manuela Caetano, Paulo Henriques, Carlos Alves, Fernando Nicolau, Manuel Vilares, kao i izvršni sekretar Jose Pinto Martins. Ovaj stručno izabrani tim zaista se potrudio da čitavu organizaciju dovede do savršenstva. Predavanja su održavana u impozantnom kongresnom centru koji raspolaže sa 8 amfiteatara, 25 moderno opremljenih sala, parkingom koji ima više od 1100 mesta, velikom kafeterijom, restoranom, i dr. U svakom trenutku bilo je lako doći do potrebnih informacija jer je tim zadužen za odnose s javnošću bio dostupan 24 časa.

Svakoga dana izlazio je dnevni list s važnim obaveštenjima vezanim za taj dan, kao i sa rasporedom svih predavanja, pri čemu su obavezno bila podvučena i izdvojena atraktivna i popularna predavanja. (To su uglavnom bila predavanja specijalnih gostiju ISI-ja.)

Kad je reč o temama i oblastima koje su ove godine bile najaktuelnije, moglo se primetiti da je, pored uvek prisutne finansijske statistike (*Financial Statistics*), veliki prostor među radovima zauzela statistika životne sredine (*Enviromental Statistics*), koja se

Kongresni centar

Glavna sala

bavi klimatskim promenama, globalnim otopljavanjem i raznim drugim uticajima na životno okruženje. Takođe, ove godine je u primetnom porastu bio i broj radova na temu ekstremnih vrednosti (*Statistical Extremes*), koji su u vezi sa životnom sredinom (*Are Extreme Weather Events More Prevalent Now Then Before?*) i finansijama (*Extremes and Risk)*. Od predavanja na ovu temu, kao najzanimljivija treba izdvojiti ona koja su održali Tomas Mikoš (Thomas Mikosch) i Lorens de Han (Laurens de Haan), dva najuticajnija imena u oblasti *ekstremnih vrednosti.* Ovoj oblasti bio je posvećen rad iz Srbije (Ilić Ivana, Pavle Mladenović), kao i iz Hrvatske (Bojan Basrak).

Na kongresu je učestvovalo još statističara iz Srbije, na temu *StatisticalProblems in Developing in Transition Countries* (Dragan Vukmirović, Miodrag Cerovina – predstavnici *Republičkog zavoda za statistiku Srbije*).

Takođe, veliki broj radova bio je na temu podučavanja statistike (*Educational Statistics*, *Statistics in Schools, How To Teach Statistics).*

Ono što je prilično uobičajeno na kongresima ovakvog tipa jeste i ogroman broj radova na temu *Survay Statistics*, tj. statistike koja se bavi formiranjem upitnika, anketa, uzimanjem uzorka, kao i čitavim planiranjem eksperimenta. Na ovu temu urađeno je dosta radova, a bilo je predstavnika i iz Bosne i Hercegovine (Edin Šabanović, Fehrija Mehić, Biljana Tesić).

Ponuđen je veliki broj potpuno novih statističkih softvera, kao i novih verzija starih, dobro poznatih statističkih programa obogaćenih novim opcijama i većim mogućnostima.

Od ostalih tema, mogu se izdvojiti sledeće: *Time Series Analysis*, *Stochastic Analysis and Financial Mathematics*, *Statistics in Life Sciences*, *Designing of Experiments*, *Six Sigma Methods, Statistical Inference, Statistics in Medicine* i dr.

Takođe treba pomenuti i kratke kurseve koji su bili dostupni učesnicima kongresa, i to:

Variance Estimation in Complex Survays, *Introduction to Survay Quality*, *Statistical Disclosure Control* i dr.

Organizatori su se potrudili da učesnicima omoguće da kvalitetno i prijatno provedu vreme van predavanja, u pauzama, kao i dane vikenda, kada predavanja nisu bila održavana. Organizovane su ekskurzije i posete raznim velelepnim manastirima, muzejima, tvrđavama i drugim znamenitostima kojima se ponose Portugalci. Večernji časovi bili su oplemenjeni gustiranjem čuvenih portugalskih vina i slušanjem još čuvenijeg Fada, sentimentalne muzike koja osvaja svakog slušaoca.

Naredni kongres očekujemo avgusta 2009. godine u Južnoj Africi. Zaista vredi otići na kongres ovog tipa, a za sve detalje o narednom sastanku ISI-ja kontaktirajte adresu *www.statssa.gov.za*.

CIP – Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

311

STATISTIČKA revija / glavni i odgovorni urednik Miladin Kovačević. - God. 1, br. 1 (1951) - . - Beograd (Milana Rakića 5) : Statističko društvo Srbije, 1951 - (Beograd : Republički zavod za statistiku Srbije). - 25 cm

Tromesečno
ISSN 0039-0534 = Statistička revija
COBISS.SR-ID 46175239

UDK 31 ISSN 0039-05-34

STATISTICAL REVIEW

YEAR LVI Number 3-4 FOR 2007

CONTENS

Expert Articles

Reviews

ISSUED BY STATISTICAL ASSOCIATION OF SERBIA - BELGRADE